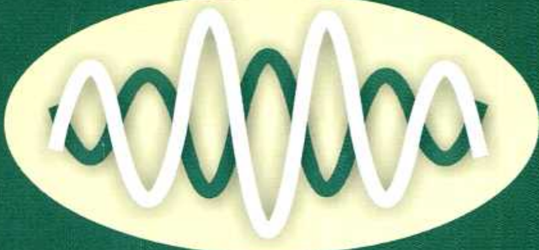
А.П. Ершова, Е.П. Нелин



Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам математического анализа

10 класс

ИЛЕКСА

А.П. Ершова, Е.П. Нелин

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ 10 КЛАССА

Москва
ИЛЕКСА
2013

УДК 372.8:[512+517]
ББК 74.262.21
Е80

Ершова А.П., Нелин Е.П.
Е80 Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам математического анализа для 10 класса.— М.: ИЛЕКСА, — 2013, — 144 с.
ISBN 978-5-89237-345-6

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы к двухуровневому учебнику «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни» Е.П. Нелина, В.А. Лазарева. Пособие также можно использовать при работе по любому учебнику и для самообразования, например, при подготовке к решению заданий ЕГЭ.

Предлагаемые работы состоят из 6 вариантов трех уровней сложности и предназначены для организации дифференцированной самостоятельной работы учащихся.

УДК 372.8:[512+517]
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-89237-345-6

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое пособие в первую очередь предназначено для учителей и учащихся, работающих по двухуровневому учебнику «Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни» (издательство «Илекса»), но может использоваться и при работе по другим учебникам алгебры и начал математического анализа, особенно при подготовке учащихся к решению заданий ЕГЭ и ГИА.

Основные особенности предлагаемого сборника самостоятельных и контрольных работ:

1. Сборник содержит *полный набор самостоятельных и контрольных работ по всему курсу алгебры и начал математического анализа 10 класса*, как базового, так и профильного уровней.

Контрольные работы рассчитаны на один урок, самостоятельные работы — на 25—40 минут, в зависимости от темы и уровня подготовки учащихся.

2. Сборник позволяет осуществить дифференцированный контроль знаний, так как задания распределены по трем уровням сложности А, Б и В. Задания уровня А предназначены для учащихся, которые обучаются по программе базового уровня, а задания уровней Б и В — для учащихся, которые обучаются по программе профильного уровня. Задания уровня В предназначены для учащихся, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах, школах, гимназиях и лицеях с углубленным изучением математики. Для каждого уровня приведено два расположенных рядом равноценных варианта (как они обычно записываются на доске), поэтому на уроке достаточно одной книги на парте.

3. В книгу включены также домашние самостоятельные и практические работы, содержащие творческие, нестандартные задачи по каждой изучаемой теме, а также задачи повышенной сложности. Эти задания могут в полном объеме или частично предлагаться учащимся в качестве зачетных, а также использоваться как дополнительные задания для проведения контрольных работ. По усмотрению учителя выполнение нескольких или даже одного такого задания может оцениваться отличной оценкой.

Ответы к контрольным и домашним самостоятельным работам приводятся в конце книги.

При использовании сборника следует также учесть следующее.

Во-первых, провести все самостоятельные работы с выставлением оценки со всем классом скорее всего не удастся, да это и не требуется. Некоторые из них можно использовать как домашние задания на оценку или как дополнительные задания на оценку заинтересованным учащимся (на уроке или дома). Самостоятельные работы отнесены к соответствующим темам, но могут использоваться и при изучении других тем (например, для организации повторения изученного через некоторый промежуток времени).

Во-вторых, многие самостоятельные работы и все контрольные работы избыточны по объему; предполагается, что учитель самостоятельно отберет из них часть заданий с учетом уровня подготовки учащихся по предмету и времени, отводимого на выполнение работы.

Для удобства пользования книгой в приложении приводится ориентировочное тематическое планирование по учебнику «Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни», включающее возможное распределение предлагаемых самостоятельных и контрольных работ.

Наш адрес в Интернете: www.ilexa.ru.

ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА

С-1. ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Вариант А 1	Вариант А 2

1 Найдите область определения функции, заданной формулой:

Вариант А 1	Вариант А 2
а) $y = 100x - 2011$;	а) $y = 2012 - 5x$;
б) $y = \dfrac{7}{6 - 2x}$.	б) $y = \dfrac{2}{2x - 3}$.

2 Найдите область значений функции, заданной формулой:

Вариант А 1	Вариант А 2
$y = 150$.	$y = -25$.

3 Исследуйте, какой является данная функция — четной, нечетной или ни четной, ни нечетной:

Вариант А 1	Вариант А 2
$y = x^7$?	$y = x^6$?

4 Постройте график функции:

Вариант А 1	Вариант А 2
а) $y = (x + 3)^2$;	а) $y = x^2 - 3$;
б) $y = \dfrac{2}{1 - x}$.	б) $y = \dfrac{3}{x + 1}$.

Вариант Б 1

1

Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \sqrt{27 - 3x}$;

б) $y = \dfrac{x}{x - x^3}$.

2

Найдите область значений функции, заданной формулой:

$y = x^2 - 8$.

3

Исследуйте, какой является данная функция — четной, нечетной или ни четной, ни нечетной:

$y = 2x^2 - 3x^6 + 2$?

4

Постройте график функции:

а) $y = (x+1)^2 + 3$;

б) $y = \left|\dfrac{1}{x-1}\right|$.

Вариант Б 2

1

а) $y = \dfrac{2}{\sqrt{6x - 12}}$;

б) $y = \dfrac{x - 1}{x^2 - x}$.

2

$y = 2 - x^2$.

3

$y = 3x^3 + 2x^5$?

4

а) $y = 4 - (x-1)^2$;

б) $y = \dfrac{1}{|x| + 1}$.

Вариант В 1

1

Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{x - 1}$;

Вариант В 2

1

а) $y = \dfrac{\sqrt{8 + 6x + x^2}}{x + 4}$;

б) $y = \dfrac{\sqrt{x}}{|x| - 4}$.

б) $y = \dfrac{\sqrt{x}}{7 - |x|}$.

2

Найдите область значений функции, заданной формулой:

$y = |x| - 12$.

$y = 10 + |x|$.

3

Исследуйте, какой является данная функция — четной, нечетной или ни четной, ни нечетной:

$y = 2x^3|x| - 3x$?

$y = 4x^4 - 2|x|x^2$?

4

Постройте графики функции и соответствия:

а) $y = \left|(x-2)^2 - 1\right|$;

б) $|y| = \sqrt{2 - |x|}$.

а) $y = \left|(x-1)^2 - 4\right|$;

б) $|y| = 2 - \sqrt{|x|}$.

С-2. УРАВНЕНИЯ

Вариант Б 1

Вариант Б 2

1

Найдите область допустимых значений (ОДЗ) уравнения:

а) $x^2 - 8x^3 = 0$;

б) $\dfrac{2x}{x+3} = \dfrac{1}{2-x}$;

а) $x^4 - 16 = 0$;

б) $\dfrac{7}{x-13} + \dfrac{1}{5+x} = 0$;

в) $\sqrt{4-x}=5$.

в) $\sqrt{x-6}-2=0$.

❷

Являются ли равносильными (на R) данные уравнения (ответ обоснуйте):

а) $x^2=4$ и $(x-2)(x+2)=0$;

б) $x+1=0$ и $x+\sqrt{x}=\sqrt{x}-1$.

а) $x^2=9$ и $3x=9$;

б) $x^2=x$ и $x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}=x+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

❸

При каком условии уравнения являются равносильными:

$f(x)=g(x)$ и $f(x)+\frac{1}{\sqrt{h(x)}}=g(x)+\frac{1}{\sqrt{h(x)}}$.

$f(x)=g(x)$ и $f(x)+\sqrt{h(x)}=g(x)+\sqrt{h(x)}$.

❹

Решите уравнение с помощью уравнений-следствий и укажите, какое преобразование могло привести к нарушению равносильности:

$x^2-5x+\sqrt{x-3}=6+\sqrt{x-3}$.

$x^2+3x+\sqrt{x+2}=18+\sqrt{x+2}$.

❺

Может ли произойти потеря корней или появление посторонних корней, если уравнение

$(x+5)f(x)=6x+30$ заменить уравнением $f(x)=6$? Ответ обоснуйте.

$\frac{f(x)}{x+5}=\frac{6}{x+5}$ заменить уравнением $f(x)=6$? Ответ обоснуйте.

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Найдите область допустимых значений (ОДЗ) уравнения:

Вариант В 1:

а) $x^2 - 8x^3 + \dfrac{5}{x^2 + x + 2} = 0$;

б) $\dfrac{7}{x-3} + \dfrac{x}{\sqrt{x-2}} = 5$;

в) $\sqrt{x^2 - 4x - 32} - \dfrac{2}{x+4} = 0$.

Вариант В 2:

а) $x^4 - 16 - \dfrac{x}{x^2 - x + 2} = 0$;

б) $\dfrac{\sqrt{x}}{x-4} - \dfrac{15}{x+3} = 1$;

в) $\sqrt{3 + 2x - x^2} - \dfrac{3}{\sqrt{x+1}} = 0$.

2

Являются ли равносильными данные уравнения (ответ обоснуйте):

Вариант В 1:

а) $(x-2)(x+2) = 0$ и $(x-2)\sqrt{x+2} = 0$;

б) $\sqrt{x+1} = 5 - x$ и $x + 1 = (5-x)^2$.

Вариант В 2:

а) $(x-3)(x+3) = 0$ и $(x+3)\sqrt{x-3} = 0$;

б) $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-5} = 0$ и $\sqrt{(x-1)(x-5)} = 0$.

3

При каком условии уравнения являются равносильными:

Вариант В 1:

$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ и $\sqrt{f(x) \cdot h(x)} = \sqrt{g(x) \cdot h(x)}$.

Вариант В 2:

$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ и $\sqrt{\dfrac{f(x)}{h(x)}} = \sqrt{\dfrac{g(x)}{h(x)}}$.

4

Решите уравнение с помощью уравнений-следствий и укажите, какое преобразование могло

привести к нарушению равносильности:

$\sqrt{x^2+3x-10}=\sqrt{x-2}$.

$\sqrt{9-x}=7-x$.

5

Может ли произойти потеря корней или появление посторонних корней, если

уравнение $\sqrt{x+2}\cdot f(x)=2\sqrt{x+2}$ заменить уравнением $f(x)=2$? Ответ обоснуйте.

уравнение $f(x)\cdot\sqrt{x-2}=7\sqrt{x-2}$ заменить уравнением $f(x)=7$? Ответ обоснуйте.

С-3. ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ К РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ

Вариант А 1

Вариант А 2

1

Решите уравнение, используя в решении указанный метод:

— оценка ОДЗ уравнения:

а) $x^2+100+\sqrt{x-5}=\sqrt{25-5x}+x^3$;

а) $\sqrt{7-x}-4x=x^2-77+\sqrt{3x-21}$;

— оценка левой и правой частей уравнения:

б) $\sqrt{x^6+9}=3-x^2$;

б) $\sqrt{x^4+1}=1-|x|$

— равенство нулю суммы нескольких неотрицательных функций:

в) $\left|x^2 - x\right| + \left|1 - x\right| + \left|x^2 - 2x + 1\right| = 0$;

в) $\sqrt{x-2} + \sqrt{4 - 4x + x^2} + \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{x + 2}} = 0$;

— использование возрастания и убывания функций:

г) $2x + x^3 + x^5 = 4$.

г) $x^5 + \sqrt{x} + 2x^7 = 4$.

Вариант Б 1

Вариант Б 2

1

Решите уравнение, используя в решении указанный метод:

— оценка ОДЗ уравнения:

а) $\sqrt{x^2 - 4} + x^2 - 1 = \sqrt{20 - 5x^2} + \sqrt{x^2 + 5}$;

а) $\sqrt{7 - x^2} + \sqrt{2 + x^2} = \sqrt{2x^2 - 14} + 10 - x^2$;

— оценка левой и правой частей уравнения:

б) $\sqrt{4 - x^2} = 2 + \left|5x^2 - x\right|$;

б) $5 - \left|x - 1\right| = \sqrt{(1 - x)^2 + 25}$;

— равенство нулю суммы нескольких неотрицательных функций:

в) $\left|x^2 - 2x - 3\right| + \sqrt{x^2 - 4x + 3} + \left(x^2 - 9\right)^4 = 0$;

в) $\sqrt{x^2 - x - 2} + \left(4 - x^2\right)^6 + \left|x^2 - 3x + 2\right| = 0$;

— использование возрастания и убывания функций:

г) $\sqrt{7 - x} + \sqrt{12 - x} = 5$.

г) $x^5 + \sqrt{x - 1} = 33$.

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Решите уравнение, используя в решении указанный метод:

— оценка ОДЗ уравнения:

Вариант В 1:

а) $\sqrt{x^4-1}+3(y+1)=\sqrt{1-x^8}+\sqrt{8+x^2}-\sqrt{x^2+y^2-4y+3}$;

Вариант В 2:

а) $\sqrt{4-y^2}+\sqrt{y-1}+2x-y+1=\sqrt{y^4-16}+\sqrt{x^2+2x+y-1}$;

— оценка левой и правой частей уравнения:

Вариант В 1:

б) $\sqrt{x^2+2x+5}=1-2x-x^2$;

Вариант В 2:

б) $\sqrt{x^2-4x+13}=4x-x^2-1$;

— равенство нулю суммы нескольких неотрицательных функций:

Вариант В 1:

в) $x^2+y^2=10y-2x-26$;

Вариант В 2:

в) $x^2+y^2+13+|x-2|=4x-6y$;

— использование возрастания и убывания функций:

Вариант В 1:

г) $\sqrt{3x-2}+|x|=6-x$.

Вариант В 2:

г) $\sqrt{4-x}+\dfrac{3}{x}=\sqrt{2x-2}$.

С-4. НЕРАВЕНСТВА. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

Вариант А 1

Вариант А 2

1

Решите неравенство:

Вариант А 1:

а) $(x^2-4)(x-3)>0$;

Вариант А 2:

а) $(x^2-4x)(x+4)<0$;

б) $\dfrac{x^2-2x+1}{6+x-x^2}\le 0$;

в) $\dfrac{x^2+2x}{x-3}\ge \dfrac{8}{x-3}$.

б) $\dfrac{4x-x^2-4}{4x-x^2-3}\ge 0$;

в) $\dfrac{x^2-2x}{x-4}\le \dfrac{15}{x-4}$.

2

Найдите область определения функции:

$y=\sqrt{x-\dfrac{16}{x}}$.

$y=\sqrt{\dfrac{4}{x}-x}$.

Вариант Б 1

1

Решите неравенство:

а) $\left(5x^2-5x\right)\left(x^2+2x-3\right)>0$;

б) $\dfrac{x^3+2x^2-3x}{x^2-3x+2}\le 0$;

в) $\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x-1}\le 2$.

2

Найдите область определения функции:

$y=\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x^4}}$.

Вариант Б 2

а) $\left(x^2-1\right)\left(x^2-5x+4\right)<0$;

б) $\dfrac{x^3-3x^2-4x}{x^2+3x+2}\ge 0$;

в) $\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{1}{x-1}\ge -2$.

$y=\sqrt{\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{x^2}{4}}$.

Вариант В 1

1

Решите неравенство:

а) $(x^3+x^2)(x^2-14x+49)\le 0$;

б) $\dfrac{(x^2-2x-3)(x^2+4x+4)}{(x^2+2x-3)(x^2-8x+16)}\ge 0$;

в) $(x^2-3x-3)(x^2-3x+1)<5$.

2

Найдите область определения функции:

$y=\sqrt{\dfrac{3}{3x^2+4-x^4}}$.

Вариант В 2

а) $(x^2-1)(x^2-3x-4)(x-4)\ge 0$;

б) $\dfrac{(x^2+x-2)(x^2-6x+9)}{(x^2-x-2)(4x^2+12x+9)}\le 0$;

в) $(x^2+2x-5)(x^2+2x-6)\le 6$.

$y=\sqrt{\dfrac{5}{5x^2-4-x^4}}$.

С-5. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА, СОДЕРЖАЩИЕ ЗНАК МОДУЛЯ

Вариант А1

1

Раскройте знак модуля:

а) $|\sqrt{5}-2|$;

б) $|3-\pi|$;

в) $|1+x^2|$;

г) $|-\sqrt{x}-x^8|$.

Вариант А2

а) $|1-\sqrt{2}|$;

б) $|4-\pi|$;

в) $|-x^4-2|$;

г) $|x^2+\sqrt[4]{x}|$.

2

Решите уравнение:

а) $|2x-3|=5$;
б) $|x^2-4|=x^2-4$;
в) $|x^2+x|=|3x+3|$;
г) $x^2-|x|-2=0$.

а) $|2x+4|=6$;
б) $|x^2-1|=1-x^2$;
в) $|x^2-x|=|2x-2|$;
г) $x^2+|x|-6=0$.

3

Решите неравенство:

а) $|x-2|\le 2$;
б) $\left|2+\dfrac{1}{x}\right|>-3$;
в) $|x^2-9|>16$;
г) $|2-x|\le x$.

а) $|x+1|\le 1$;
б) $\left|1+\dfrac{1}{x-1}\right|>-1$;
в) $|x^2-4|>12$;
г) $|4-x|\le x$.

Вариант Б1

1

Раскройте знак модуля:

а) $|3\sqrt{2}-2\sqrt{3}|$;
б) $|2^{20}-3^{20}|$;
в) $|-x^2+2x-2|$;
г) $|\sqrt{x+1}-\sqrt{x}|$.

2

Решите уравнение:

а) $|x^2+x|=2$;

Вариант Б2

1

Раскройте знак модуля:

а) $|3\sqrt{5}-5\sqrt{3}|$;
б) $|3^{20}-4^{30}|$;
в) $|x^2+6x+10|$;
г) $|\sqrt{x-2}-\sqrt{x}|$.

2

Решите уравнение:

а) $|x^2-x|=6$;

б) $|x-1| = 3x+5$;

в) $x^2 - 4\dfrac{x+2}{|x+2|} = 0$;

г) $x^2 - 6x + |x-4| + 8 = 0$.

б) $|x+1| = 2x+8$;

в) $x^2 + \dfrac{|x-1|}{x-1} = 0$;

г) $x^2 + 4x + |x+3| + 3 = 0$.

❸

Решите неравенство:

а) $\left|\sqrt{x+1} - 1\right| > -2$;

б) $|4x+1| \geq 3$;

в) $|x^2 - 4| \leq 3x$;

г) $|x+1| < |x-3|$.

а) $\left|4 - \sqrt{x-2}\right| > -5$;

б) $|4x-3| \leq 1$;

в) $|x^2 - 2x| \geq x$;

г) $|x+2| < |x-4|$.

Вариант В1

❶

Раскройте знак модуля:

а) $\left|3\sqrt{3} - 2\sqrt{6}\right|$;

б) $\left|2^{30} - 3^{20}\right|$;

в) $\left|2 - x^2 - \dfrac{1}{x^2}\right|$;

г) $\left|x^6 + 3 - 2x^3\right|$.

❷

Решите уравнение:

а) $\big||x-2| - 1\big| = 1$;

б) $|x^2 + x - 3| = x$;

Вариант В2

❶

Раскройте знак модуля:

а) $\left|2\sqrt{10} - 3\sqrt{5}\right|$;

б) $\left|3^{30} - 4^{20}\right|$;

в) $\left|\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} - 2\right|$;

г) $\left|4x^5 - x^{10} - 5\right|$.

❷

Решите уравнение:

а) $\big||x+1| - 3\big| = 3$;

б) $|x^2 - x - 8| = -x$;

в) $\sqrt{9-x^2} = -\left|x^2+4x+3\right|$;

г) $|x|+|x-2|=4$.

в) $\sqrt{25-x^2} = -\left|x^2+2x-15\right|$;

г) $|x-1|+|x+1|=4$.

❸

Решите неравенство:

а) $\left|x^2+3x\right| \geq 2-x^2$;

б) $\left|x^2-2x\right| \leq x$;

в) $\left|x^2+x-2\right| > |x+2|$;

г) $\left|\dfrac{\sqrt{x+3}-1}{x^2-1}\right| > 0$.

а) $\left|x^2-2x\right| \geq 12-x^2$;

б) $\left|x^2+2x\right| \leq 4x$;

в) $\left|2x^2+x-1\right| > |x+1|$;

г) $\left|\dfrac{\sqrt{x+5}-2}{4-x^2}\right| > 0$.

С-6. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ, УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Вариант Б 1

❶

Постройте эскиз графика функции:

$y = x + \sqrt{x}$.

❷

Постройте график уравнения:

$|y| = 2x + 4$.

❸

Постройте график неравенства:

$y \geq x^2 - 4x + 3$.

Вариант Б 2

❶

$y = x^3 + x$.

❷

$|y| = \dfrac{1}{2}x - 1$.

❸

$y < x^2 - 3x - 4$.

4

Покажите штриховкой на координатной плоскости множество точек, которые удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} x + y > 0; \\ x^2 - y \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y \ge 0; \\ x^2 + y < 0. \end{cases}$$

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Постройте эскиз графика функции:

$$y = x - 1 + \frac{1}{x - 1}.$$

$$y = x + 2 + \frac{1}{x + 2}.$$

2

Постройте график уравнения:

$$|y| = x^2 - 4x + 7.$$

$$|y| = x^2 + 6x + 8.$$

3

Постройте график неравенства:

$$y > \frac{2}{|x|}.$$

$$y < -\frac{1}{|x|}.$$

4

Покажите штриховкой на координатной плоскости множество точек, которые удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \le 9; \\ y > x^2 - 4; \\ y - 2 \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4; \\ y \le 5 - x^2; \\ y + 2 > 0. \end{cases}$$

С-7. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПАРАМЕТРАМИ

Вариант Б 1

1

Решите уравнение с переменной *x* :

$5ax - a = 3ax + 2.$

2

Решите неравенство с переменной *x* :

$4x + 3a > 6 - ax.$

3

Найдите все значения параметра *a*, при которых уравнение имеет единственный корень:

$$\frac{(x-2a)(x+4a)}{x+8} = 0.$$

Вариант Б 2

1

Решите уравнение с переменной *x* :

$3x - 2a = ax - 4.$

2

Решите неравенство с переменной *x* :

$2ax - 3 < a - x.$

3

Найдите все значения параметра *a*, при которых уравнение имеет единственный корень:

$$\frac{(x-3a)(x+6a)}{x-18} = 0.$$

Вариант В 1

1

Решите уравнение с переменной *x* :

$|x - a - 2| + |x| = 3.$

2

Решите неравенство с переменной *x*:

$(x-a)(x-2a)^2 \le 0.$

Вариант В 2

1

Решите уравнение с переменной *x* :

$|x| + |x + a - 1| = 2.$

2

Решите неравенство с переменной *x*:

$(x-a)^2(x-2a) \ge 0.$

❸

При каких значениях параметра *a* уравнение имеет три различных корня:

$x^4 + (a+2)x^2 + a^2 + 3a = 0$.

$x^4 + (a-3)x^2 + a^2 - 5a = 0$.

К-1 (КП-1). ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА

Вариант А 1

Вариант А 2

❶

Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{2x-4}$;

$y = \sqrt{10-5x}$.

б) $y = \dfrac{x^2-4}{x+5}$.

б) $y = \dfrac{2x^2-1}{x+3}$.

❷

Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{x-4}$;

б) $y = |x| + 3$.

а) $y = \sqrt{x} - 4$;

б) $y = |x+3|$.

❸

Решите уравнение:

а) $\dfrac{x^2-1}{x^3+1} = 0$;

а) $\dfrac{x^2-4}{x^3-8} = 0$;

б) $|3x-6|=-4$.

б) $|4-2x|=0$.

4

Решите неравенство:

а) $(x-2)(x+3)(x-5)^2 \geq 0$;

а) $(x+9)(x-4)^4(x-2) \leq 0$;

б) $|x-1|<2$.

б) $|x+1|<3$.

5

а) Подберите корень уравнения:

$x+x^3=10$.

$x^3+x^5=2$.

Докажите, что других корней это уравнение не имеет;

б) Постройте график неравенства:

$x+y \geq 0$.

$x-y \leq 0$.

Вариант Б 1

Вариант Б 2

1

а) Найдите область определения функции:

$y=\dfrac{\sqrt{x}-x}{x^2-x}$;

$y=\dfrac{\sqrt{2x}+x}{x^2-2x}$;

б) Найдите область значений функции:

$y=x^2-6$.

$y=x^2+3$.

2

Постройте график функции:

а) $y=\sqrt{x+2}-3$;

а) $y=3-\sqrt{x-2}$;

б) $y=\left|x^2-4\right|$.

б) $y=\left|x^2-9\right|$.

3

Решите уравнение:

а) $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=0$;

б) $\left|\sqrt{x}-5\right|=3$.

а) $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-9}=0$;

б) $\left|4-\sqrt{x}\right|=1$.

4

Решите неравенство:

а) $\dfrac{x+5}{(x-7)(x+1)^2}\le 0$;

б) $\left|2x-3\right|>5$.

а) $\dfrac{(x+1)^2(x-5)}{(x+3)}\ge 0$;

б) $\left|2x+1\right|\ge 3$.

5

а) Решите уравнение:

$x^2+\sqrt{x^2-x}=0$;

$(x-1)^2+\sqrt{x^2+x-2}=0$;

б) Постройте график неравенства:

$x^2+y\ge 0$.

$x^2-y\le 0$.

Вариант В 1

Вариант В2

1

а) Найдите область определения функции

$y=\dfrac{\sqrt{2x+8}}{\sqrt{x}-2}$;

$y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+1}-3}$;

б) Найдите область значений функции

$y=\dfrac{6x+5}{2x-1}$.

$y=\dfrac{4x-3}{2x+1}$.

2

а) Постройте график функции:

$y = \left|\sqrt{x-1} - 3\right|$;

$y = \left|2 - \sqrt{x+1}\right|$;

б) Постройте график уравнения:

$|y| = x^2 - 1$.

$|y| = 4 - x^2$.

3

Решите уравнение:

а) $\dfrac{x^3 - 16x}{2\sqrt{x} + x} = 0$;

а) $\dfrac{x^4 - 81x^2}{x + 3\sqrt{x}} = 0$;

б) $\sqrt{x-5} = \sqrt{3-x} + x^2$.

б) $\sqrt{x-5} - \sqrt{8-2x} = x^3$.

4

Решите неравенство:

а) $\dfrac{x^2 - x}{(x-3)(x-1)^3} \le 0$;

а) $\dfrac{(x-3)^5(x+1)}{x^2 - 3x} \ge 0$;

б) $|2x - 5| < 7$.

б) $|2x + 3| > 5$.

5

а) Решите уравнение:

$x + \sqrt{x} + x^3 = 3$;

$\sqrt{x} + x^5 + 2x = 4$;

б) Постройте график неравенства

$(x-2)^2 + y^2 \le 9$.

$x^2 + (y-1)^2 \ge 4$.

С-8. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ. ДЕЛИМОСТЬ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Вариант Б 1 / Вариант Б 2

1

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо равенство:

Б 1: $1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \dots + n(2n+1) = \dfrac{n(4n^2+9n+5)}{6}$.

Б 2: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

2

Докажите с помощью метода математической индукции, что выражение

Б 1: $10^n + 18n - 28$ делится на 27 при любом натуральном n.

Б 2: $9^{n+1} - 18n - 9$ делится на 18 при любом натуральном n.

3

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо неравенство:

Б 1: $5^n \ge 7n - 3$.

Б 2: $2^n \ge n + 1$.

Вариант В 1 / Вариант В 2

1

Докажите с помощью метода математической индукции,

что при любом натуральном n справедливо равенство:

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{7}{3\cdot 5}+\frac{17}{5\cdot 7}+\dots+\frac{2n^2-1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n^2}{2n+1}.$$

$$\frac{1^2}{1\cdot 3}+\frac{2^2}{3\cdot 5}+\dots+\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n\cdot(n+1)}{2(2n+1)}$$

❷

Докажите с помощью метода математической индукции, что выражение

$6^{2n}+19^n-2^{n+1}$ делится на 17 при любом натуральном n.

$6^{2n}+3^{n+2}+3^n$ делится на 11 при любом натуральном n :

❸

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо неравенство:

$3^n \geq 2^n + n$.

$4^n \geq 3^n + n^2$.

С-9. МНОГОЧЛЕНЫ. ТЕОРЕМА БЕЗУ. СХЕМА ГОРНЕРА. ФОРМУЛЫ ВИЕТА

Вариант Б 1

Вариант Б 2

❶

Выполните деление многочлена на многочлен с остатком:

$2x^3-3x^2+4x-1$ на $x-2$.

$2x^3-3x^2+x-2$ на $x-3$.

❷

Проверьте справедливость формул Виета для многочлена:

$x^3 - 3x^2 - 4x + 12$.

$x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.

❸

Используя схему Горнера, проверьте, являются ли

числа 1 и –2 корнями многочлена $x^3 + x^2 - 3x - 2$.

числа –1 и 2 корнями многочлена $x^3 - x^2 - 5x - 3$.

❹

Найдите целые корни многочлена:

$x^4 + x^3 - 11x^2 + x - 12$.

$x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 2x - 8$.

Вариант В 1

Вариант В 2

❶

Выполните деление многочлена на многочлен с остатком:

$2x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 4$ на $x^2 - 2x - 1$.

$3x^4 - x^3 - 2x^2 - x + 1$ на $x^2 + 2x - 1$.

❷

Составьте кубический многочлен с коэффициентом 2 при старшем члене, который имеет

корень 1 кратности 2 и корень –3.

Корень –1 кратности 2 и корень 4.

❸

Используя схему Горнера, проверьте, являются ли

числа -2 и $\frac{1}{3}$ корнями многочлена $3x^3 + 2x^2 - 7x + 2$.

числа 2 и $\frac{2}{3}$ корнями многочлена $3x^3 + x^2 - 5x + 2$.

4

Найдите рациональные корни многочлена:

$6x^4 + x^3 + 4x^2 + x - 2$.

$6x^4 + x^3 + 11x^2 + 2x - 2$.

(КП-2). МНОГОЧЛЕНЫ И ИХ КОРНИ. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ

Вариант Б 1

Вариант Б 2

1

Выполните деление многочлена $A(x)$ на многочлен $B(x)$, если

Б 1: $A(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1$,
$B(x) = x^2 + x - 1$.

Б 2: $A(x) = x^4 + 4x^3 - x^2 + 2x + 1$,
$B(x) = x^2 - x + 1$.

2

Найдите целые корни многочлена:

Б 1: $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$.

Б 2: $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$.

3

Многочлен $f(x)$ при делении на двучлены $x - 1$ и $x + 1$

Б 1: дает остатки -4 и 4 соответственно.

Б 2: дает остатки 2 и -6 соответственно.

Найдите остаток от деления многочлена $f(x)$ на $x^2 - 1$.

4

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо равенство:

$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \cdots + n(3n+1) = n(n+1)^2$.

$1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + \cdots + n(2n-1) = \dfrac{n(n+1)(4n-1)}{6}$.

5

Найдите значения a и b такие, чтобы

число 2 было корнем не менее второй кратности для многочлена $x^3 - 5x^2 + ax + b$.

число 4 было корнем не менее второй кратности для многочлена $x^3 - 7x^2 + ax + b$.

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Найдите неполное частное и остаток от деления многочлена $A(x)$ на многочлен $B(x)$, если

$A(x) = x^4 - 2x^2 + x + 1$,
$B(x) = x^2 - x - 1$.

$A(x) = x^4 + 3x^3 - 2x + 1$,
$B(x) = x^2 + x - 1$.

2

Найдите целые корни многочлена:

$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$.

$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$.

3

Многочлен $f(x)$ при делении на двучлены $x + 2$, $x + 1$ и $x - 1$

дает остатки –1, 4 и 2 соответственно.

дает остатки 4, –1 и 1 соответственно.

Найдите остаток от деления многочлена $f(x)$ на $(x+2)(x+1)(x-1)$.

4

Докажите с помощью метода математической индукции, что выражение делится на 19 при любом натуральном n :

$7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^{n}$.

$5^{2n+1} + 3^{n+2}2^{n-1}$.

5

Найдите значения a и b, если многочлен $ax^4 + bx^3 + 1$ делится на

$(x-1)^2$ без остатка.

$(x+1)^2$ без остатка.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

С-10. РАДИАННАЯ МЕРА УГЛОВ. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ УГЛА И ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $2\cos 60^\circ - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$;

б) $\sin(-420^\circ)$.

2

Сравните значения выражений:

а) $\sin\frac{8\pi}{7}$ и $\cos 90^\circ$;

б) $\sin\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$.

3

Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$0,5\cos\alpha + 2$.

Вариант А2

1

Вычислите:

а) $\operatorname{ctg} 45^\circ - 2\sin\frac{\pi}{6}$;

б) $\cos(-750^\circ)$.

2

Сравните значения выражений:

а) $\cos\frac{4\pi}{7}$ и $\sin 180^\circ$;

б) $\frac{\pi}{3}$ и $\cos\frac{\pi}{3}$.

3

Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$3\sin\alpha - 1$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Вычислите:

а) $2\cos 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ - \sin\frac{3\pi}{2}$;

б) $\dfrac{\sin 390^\circ - \sin(-390^\circ)}{\operatorname{tg}(-765^\circ)}$.

а) $2\sin 60^\circ \operatorname{tg} 30^\circ - \cos\pi$;

б) $\dfrac{\operatorname{ctg} 405^\circ - \operatorname{ctg}(-405^\circ)}{2\sin(-750^\circ)}$.

2

Сравните значения выражений:

а) $\cos\frac{25\pi}{13}\operatorname{tg}\frac{11\pi}{10}$ и $\sin(-330^\circ)\operatorname{ctg}100^\circ$;

б) $\cos 2^\circ$ и $\cos 2$.

а) $\sin 1{,}2\pi\ \operatorname{ctg}\frac{4\pi}{7}$ и $\cos(-300^\circ)\operatorname{tg}110^\circ$;

б) $\sin 4$ и $\sin 4^\circ$.

3

При каких значениях a возможно равенство

$\sin x = a^2 + 1$?

$\cos x = -1 - a^2$?

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $\sin(-45^\circ)\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} + \cos(-45^\circ)\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}$;

б) $\dfrac{\cos 540^\circ - \sin 810^\circ}{\operatorname{ctg}\frac{5\pi}{2} - \operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)}$.

Вариант В2

а) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\operatorname{tg}45^\circ + \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\operatorname{ctg}45^\circ$;

б) $\dfrac{\sin\frac{7\pi}{2} - \cos 6\pi}{\operatorname{tg}540^\circ - \operatorname{ctg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)}$.

2

Сравните значения выражений:

Вариант 1	Вариант 2
а) $\sin 2 \cos 3 \operatorname{tg} 4$ и $\cos 5$;	а) $\cos 1 \operatorname{tg} 2 \operatorname{ctg} 3$ и $\sin 4$;
б) $\sin 200°$ и $\sin(-200°)$.	б) $\operatorname{tg}(-100°)$ и $\operatorname{tg} 100°$.

3

При каких значениях *a* неравенство

Вариант 1	Вариант 2
$\sin x \le a^2 - a - 1$	$\cos x \ge a^2 - 3a + 1$

выполняется при любом значении *x*?

С-11. СВОЙСТВА И ГРАФИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Вариант А1	Вариант А2

1

В одной системе координат постройте графики функций:

Вариант А1	Вариант А2
$y = \cos x$,	$y = \sin x$,
$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$,	$y = 3\sin x$,
$y = 2\cos x$.	$y = \sin x + 2$.

2

Найдите область определения функции:

Вариант А1	Вариант А2
$y = \operatorname{tg} x$.	$y = \operatorname{ctg} x$.

3

Докажите, что функция *f*(*x*) является четной, а функция *g*(*x*) — нечетной, если

$f(x) = 3x^2 - \cos x,$

$g(x) = \sin 2x + x^3.$

$f(x) = 2x^4 + \cos x,$

$g(x) = \operatorname{tg} x - 4x^5.$

4

Используя свойства возрастания и убывания тригонометрических функций, сравните значения выражений:

а) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{10}$ и $\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}$;

б) $\cos\frac{\pi}{8}$ и $\cos\frac{3\pi}{8}$.

а) $\sin\frac{\pi}{12}$ и $\sin\frac{\pi}{6}$;

б) $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5}$ и $\operatorname{ctg}\frac{2\pi}{5}$.

5

Укажите промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшее и наименьшее значения и точки, в которых они достигаются:

$y = 2\sin x + 1.$

$y = 0,5\cos x - 1.$

Вариант Б1

Вариант Б2

1

В одной системе координат постройте графики функций:

$y = \sin x,$

$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right),$

$y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$

$y = \cos x,$

$y = -0,5 \cos x,$

$y = -0,5 \cos x + 1.$

2

Найдите область определения функции:

$y = \operatorname{ctg} 3x.$

$y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$

3

Исследуйте функцию на четность или нечетность:

а) $f(x) = x^3 \cos x;$

б) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4}.$

а) $f(x) = x^4 \sin x;$

б) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^3}.$

4

Расположите в порядке возрастания числа:

а) $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3};\ \operatorname{tg} \frac{\pi}{5};\ \operatorname{tg} \frac{6\pi}{7};$

б) $\cos(-1,8);\ \cos 2,3;\ \cos 2.$

а) $\sin \frac{\pi}{5};\ \sin \frac{7\pi}{6};\ \sin \frac{\pi}{3};$

б) $\operatorname{ctg}(-0,3);\ \operatorname{ctg} 1,2;\ \operatorname{ctg} 1.$

5

Укажите промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшее и наименьшее значения и точки, в которых они достигаются

$y = 0,5 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$

$y = 3 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$

Вариант В1

Вариант В2

1

В одной системе координат постройте графики функций

$y = \operatorname{ctg} x,$

$y = 2 \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$

$y = \operatorname{tg} x,$

$y = 0,5 \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right),$

$y = \left|2\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right|$.

$y = 0{,}5\operatorname{tg}\left|x + \frac{\pi}{4}\right|$.

❷

Найдите область определения функции:

$y = \frac{1}{\cos x}$.

$y = \frac{1}{2\sin x}$.

❸

Исследуйте функцию на четность или нечетность:

а) $f(x) = x\operatorname{tg}x - \sin^2 x$;

б) $f(x) = \frac{2x^3}{\cos x - 1}$.

а) $f(x) = x^3\operatorname{ctg}x + |\sin x|$;

б) $f(x) = \frac{x^5 + x}{\cos x + 1}$.

❹

Расположите данные числа

а) в порядке возрастания:

$\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$; $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{3}$; $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{8}\right)$; $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{6}$;

$\sin\frac{\pi}{3}$; $\sin\frac{9\pi}{7}$; $\cos\frac{\pi}{10}$; $\sin\frac{4\pi}{3}$;

б) в порядке убывания:

$\cos(-\pi)$; $\cos 4$; $\cos 6$; $\sin 0{,}1$.

$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}$; $\operatorname{ctg}5$; $\operatorname{ctg}1{,}8$; $\operatorname{tg}0{,}9$.

❺

Укажите промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшее и наименьшее значения и точки, в которых они достигаются

$y = \left|\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right| - 1$.

$y = \left|3\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right| + 2$.

С-12*. ИССЛЕДОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ ИХ ГРАФИКОВ (домашняя практическая работа)

Исследуйте функцию и постройте ее график:

Уровень А

1) $y = 1,5\sin 2x$;
2) $y = 2\cos\dfrac{x}{2}$;
3) $y = -\operatorname{tg} 3x$;
4) $y = 0,5\operatorname{ctg} 0,5x$;
5) $y = \sin\dfrac{1}{3}x - 1$;
6) $y = 2 - \cos 2x$;
7) $y = \dfrac{1}{3}\operatorname{tg} 2x$;
8) $y = -2\operatorname{ctg}\dfrac{2x}{3}$;
9) $y = 1 + \operatorname{tg}\dfrac{x}{4}$;
10) $y = -3\cos 1,5x$.

Уровень Б

1) $y = \sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$;
2) $y = \cos\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\right)$;
3) $y = -\operatorname{tg}\left(\dfrac{x}{3} + \dfrac{\pi}{6}\right)$;
4) $y = \operatorname{ctg}\left(2x + \dfrac{2\pi}{3}\right) + 1$;
5) $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{6} - \dfrac{x}{2}\right)$;
6) $y = 1 + \cos\left(\dfrac{2}{3}x + \dfrac{2\pi}{3}\right)$;
7) $y = \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{3} - 2x\right)$;
8) $y = 2\operatorname{ctg}\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{6}\right)$;
9) $y = 1 - \cos\left(2x - \dfrac{4\pi}{3}\right)$;
10) $y = -\sin\left(1,5x + \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Уровень В

1) $y = \left|\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\right|$;

2) $y = \operatorname{tg}\left(2|x|+\frac{\pi}{4}\right)$;

3) $y = 3-2\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{2x}{3}\right)$;

4) $y = -\operatorname{ctg}\left(2\pi x-\frac{\pi}{4}\right)$;

5) $y = -0,5\sin\left|2x+\frac{\pi}{3}\right|$;

6) $y = 3\cos\left(2|x|-\frac{\pi}{3}\right)$;

7) $y = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2 2x}}$;

8) $y = \left|\operatorname{tg}\left|\frac{x}{2}\right|\right|-1$;

9) $y = \frac{1-\sqrt{3}\operatorname{tg}2x}{\sqrt{3}+\operatorname{tg}2x}$;

10) $y = 2\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$.

С-13. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ОДНОГО АРГУМЕНТА

Вариант А1 | Вариант А2

❶

Известно, что

Вариант А1: $\sin\alpha = 0,8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Вариант А2: $\cos\alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Найдите значения трех других тригонометрических функций угла α.

❷

Упростите выражения:

Вариант А1: а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta$;

Вариант А2: а) $\operatorname{tg}\beta\operatorname{ctg}\beta-\sin^2\alpha$;

б) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha}\cdot\left(1-\sin^2\alpha\right)$.

б) $\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$.

❸

Докажите тождество:

$$\frac{1+\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{ctg}\alpha}=\operatorname{tg}\alpha.$$

$$\frac{1+\operatorname{ctg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha.$$

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Известно, что

$\operatorname{tg}\alpha=-\dfrac{3}{4}$ и $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

$\operatorname{ctg}\alpha=-\dfrac{4}{3}$ и $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

Найдите значения трех других тригонометрических функций угла α.

❷

Упростите выражение:

а) $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}-\operatorname{ctg}^2\alpha-\cos^2\beta$;

б) $\left(\operatorname{ctg}^2\alpha-\cos^2\alpha\right)\left(\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-1\right)$.

а) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-\operatorname{tg}^2\alpha-\sin^2\beta$;

б) $\left(\operatorname{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha\right)\left(\dfrac{1}{\sin^2\alpha}-1\right)$.

❸

Докажите тождество:

$$\frac{\cos^4\alpha-\sin^4\alpha}{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}+2\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}.$$

$$\frac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)}+2\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}.$$

Вариант В1

1

Известно, что

$25\sin^2\alpha + 5\sin\alpha - 12 = 0$

и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите значения четырех основных тригонометрических функций угла α.

2

Упростите выражение:

а) $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha + \frac{3 - 3\cos^2\alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}$;

б) $\mathrm{ctg}^6\beta - \frac{\cos^2\beta - \mathrm{ctg}^2\beta}{\sin^2\beta - \mathrm{tg}^2\beta}$.

3

Докажите тождество:

$\frac{\sin\alpha - \cos\beta}{\sin\beta + \cos\alpha} = \frac{\sin\beta - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\beta}$.

Вариант В2

1

Известно, что

$25\cos^2\alpha - 5\cos\alpha - 12 = 0$

и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Найдите значения четырех основных тригонометрических функций угла α.

2

Упростите выражение:

а) $\cos^6\alpha + \sin^6\alpha - \frac{3\sin^2\alpha - 3}{1 + \mathrm{ctg}^2\alpha}$;

б) $\mathrm{tg}^6\beta - \frac{\sin^2\beta - \mathrm{tg}^2\beta}{\cos^2\beta - \mathrm{ctg}^2\beta}$.

3

Докажите тождество:

$\frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\cos\beta + \cos\alpha} = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\sin\alpha + \sin\beta}$.

С-14. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ. ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА. ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $\sin 300°$;

б) $\cos 62° \cos 28° - \sin 62° \sin 28°$;

Вариант А2

1

Вычислите:

а) $\cos 210°$;

б) $\sin 112° \cos 22° - \sin 22° \cos 112°$;

в) $2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$.

в) $\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}$.

❷

Упростите выражение:

а) $\dfrac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\pi-\alpha)}$;

а) $\dfrac{\sin(2\pi-\alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$;

б) $\frac{1}{2}\sin\alpha-\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$.

б) $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha-\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$.

❸

Докажите тождество:

$\sin\alpha\cos3\alpha-\cos\alpha\sin3\alpha=$

$=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2\alpha\right)$.

$\sin4\alpha\sin\alpha-\cos4\alpha\cos\alpha=$

$=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+5\alpha\right)$.

Вариант Б1

❶

Вычислите:

а) $\sin\frac{17\pi}{6}+\cos240^\circ$;

б) $\dfrac{\cos52^\circ\cos7^\circ+\sin52^\circ\sin7^\circ}{\sin29^\circ\cos16^\circ+\sin16^\circ\cos29^\circ}$;

в) $\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)^2$.

❷

Упростите выражение:

Вариант Б2

а) $\cos\frac{10\pi}{3}+\sin150^\circ$;

б) $\dfrac{\sin72^\circ\cos12^\circ-\sin12^\circ\cos72^\circ}{\cos18^\circ\cos12^\circ-\sin18^\circ\sin12^\circ}$;

в) $\left(\sin\frac{\pi}{8}+\cos\frac{\pi}{8}\right)^2$.

а) $\dfrac{\operatorname{tg}(\pi+\alpha)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$;

б) $\sin(\alpha-30^\circ)+\cos(60^\circ+\alpha)$.

а) $\dfrac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin(2\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)}$;

б) $\cos(60^\circ-\alpha)-\sin(\alpha+30^\circ)$.

3

Докажите тождество:

$\dfrac{\cos(2\pi-\alpha)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}=\dfrac{\operatorname{tg}40^\circ+\operatorname{tg}5^\circ}{1-\operatorname{tg}40^\circ\operatorname{tg}5^\circ}$.

$\dfrac{\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\pi-\alpha)}=\dfrac{\operatorname{tg}55^\circ-\operatorname{tg}10^\circ}{1+\operatorname{tg}55^\circ\operatorname{tg}10^\circ}$.

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $\sin 530^\circ-\cos\dfrac{22\pi}{9}$;

б) $\dfrac{\sin 21^\circ\cos 9^\circ+\cos 159^\circ\cos 99^\circ}{\sin 20^\circ\cos 10^\circ+\cos 160^\circ\cos 100^\circ}$;

в) $\cos^4\dfrac{\pi}{8}-\sin^4\dfrac{\pi}{8}$.

2

Упростите выражение:

а) $\dfrac{\cos(\pi-\alpha)\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\beta\right)}{\operatorname{tg}(\pi+\alpha-\beta)}+\dfrac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos(2\pi-\beta)}{\operatorname{tg}(\pi+\alpha-\beta)}$;

Вариант В2

а) $\cos 770^\circ-\sin\dfrac{25\pi}{9}$;

б) $\dfrac{\sin 22^\circ\cos 8^\circ+\cos 158^\circ\cos 98^\circ}{\sin 23^\circ\cos 7^\circ+\cos 157^\circ\cos 97^\circ}$;

в) $\sin^4\dfrac{\pi}{12}-\cos^4\dfrac{\pi}{12}$.

а) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\beta\right)}{\operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha+\beta\right)}+\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\sin(2\pi+\beta)}{\operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha+\beta\right)}$;

б) $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)+ +\cos^2\alpha+\sin^2\beta$.

б) $\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)+ +\sin^2\beta+\cos^2\alpha$.

❸

Докажите тождество:

$\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta+ +(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)\cdot\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=1.$

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)-(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)= =\operatorname{tg}(\alpha+\beta)\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta.$

С-15. ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СУММЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПРОИЗВЕДЕНИЕ И ПРОИЗВЕДЕНИЯ В СУММУ

Вариант А1 | **Вариант А2**

❶

Преобразуйте выражение

а) в произведение:

$\sin 6\alpha - \sin 4\alpha$; | $\cos 7\alpha - \cos 3\alpha$;

б) в сумму:

$\cos 3\alpha \cos 2\alpha$. | $\sin 5\alpha \cos 2\alpha$.

❷

Упростите выражение:

а) $\dfrac{\sin 3\alpha+\sin\alpha}{\cos 3\alpha-\cos\alpha}$; | а) $\dfrac{\cos 4\alpha+\cos 2\alpha}{\sin 4\alpha-\sin 2\alpha}$;

б) $2\sin 35^\circ\cos 10^\circ - \sin 25^\circ$. | б) $\sin 25^\circ\sin 5^\circ - 0{,}5\cos 20^\circ$.

❸

Докажите тождество:

$$\frac{\sin 4\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = -\operatorname{ctg} 3\alpha.$$

$$\frac{\cos\alpha + 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin\alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Найдите значение выражения, используя представление тригонометрических выражений в виде

а) произведения:

$$\frac{\cos 18^\circ + \cos 42^\circ}{\cos 12^\circ};$$

$$\frac{\cos 29^\circ - \cos 91^\circ}{\sin 31^\circ};$$

б) суммы:

$\sin 105^\circ \sin 15^\circ.$

$\cos 75^\circ \cos 15^\circ.$

❷

Упростите выражение:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right);$

б) $2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) - 1 + 2\sin^2\beta.$

а) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right);$

б) $2\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) + 2\cos^2\alpha - 1.$

❸

Докажите тождество:

$$\frac{2\sin 3\alpha\cos\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha} = \frac{1}{4\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$\frac{2\cos 3\alpha\cos\alpha - \cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{1}{4\sin\alpha\cos\alpha}.$$

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $\dfrac{\sin\frac{7\pi}{18}-\sin\frac{\pi}{9}}{\cos\frac{7\pi}{18}-\cos\frac{\pi}{9}}$;

б) $\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{3\alpha}{2}$, если $\cos\alpha=0,6$.

2

Упростите выражение:

а) $\dfrac{\sin 6\alpha-\sin 4\alpha+\sin 2\alpha}{4\cos 3\alpha\cos 2\alpha}$;

б) $(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)\times$
$\times\left(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right)$.

3

Докажите тождество:

$\dfrac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}=\operatorname{ctg}\dfrac{C}{2}$,

если A, B и C — углы треугольника.

Вариант В2

1

а) $\dfrac{\sin\frac{5\pi}{18}+\sin\frac{2\pi}{9}}{\cos\frac{5\pi}{18}+\cos\frac{2\pi}{9}}$;

б) $\sin\alpha\sin 3\alpha$,
если $\cos 2\alpha=-0,8$.

2

а) $\dfrac{4\sin 3\alpha\sin 2\alpha}{\sin 4\alpha-\sin 6\alpha+\sin 2\alpha}$;

б) $(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta)\times$
$\times\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$.

3

$\dfrac{\cos A-\cos B}{\sin A-\sin B}=-\operatorname{ctg}\dfrac{C}{2}$,

С-16. ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА. ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЯ $a\sin x+b\cos x$.

Вариант 1

1

Вычислите, используя умножение и деление

Вариант 2

на подходящее тригонометрическое выражение:

а) $\sin 18^\circ \sin 54^\circ$;

б) $\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}$.

а) $\cos 36^\circ \cos 72^\circ$;

б) $\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{5}+$
$+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}$.

2

Упростите выражение, используя формулы понижения степени:

а) $\sin^2\left(\frac{9\pi}{8}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{15\pi}{8}+\alpha\right)$;

б) $\sin^2 2\alpha+\sin^2\beta+$
$+\cos(2\alpha+\beta)\cos(2\alpha-\beta)$.

а) $\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}-\alpha\right)-\cos^2\left(\frac{11\pi}{8}+\alpha\right)$;

б) $\sin^2(\alpha+\beta)+$
$+\cos^2(\alpha-\beta)-\sin 2\alpha\sin 2\beta$.

3

Решите неравенство, применяя тригонометрические преобразования:

а) $\cos(91^\circ-x)\cos x-$
$-\sin(91^\circ-x)\sin x<0$;

б) $x^2+2x\cos 3{,}5\sin 0{,}5-$
$-\sin 3\sin 4<0$.

а) $\sin(179^\circ+x)\cos x-$
$-\cos(179^\circ+x)\sin x>0$;

б) $x^2-2x\cos 6{,}5\cos 0{,}5+$
$+\cos 6\cos 7<0$.

4

Оцените значение выражения, используя введение вспомогательного угла:

а) $\sqrt{3}\sin\alpha-\cos\alpha$;

б) $5\cos 2\alpha+12\sin 2\alpha$.

а) $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha$;

б) $7\sin\alpha-24\cos\alpha$.

5

Найдите значение выражения, используя формулы выражения тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента:

а) $\cos 2\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha = -3$;

б) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, если $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$.

а) $\sin 4\alpha$, если $\operatorname{tg} 2\alpha = 3$;

б) $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = -\frac{7}{25}$.

К-2 (КП-3). ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $2\sin\frac{2\pi}{3} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}$;

б) $\sin 56° \cos 34° + \cos 56° \sin 34°$.

2

Известно, что

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Найдите $\cos 2\alpha$.

3

Упростите выражение:

а) $\operatorname{tg}^2\alpha + \sin^2\alpha - \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

Вариант А2

1

а) $2\cos\frac{5\pi}{6} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$;

б) $\cos 111° \cos 69° - \sin 111° \sin 69°$.

2

$\sin(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Найдите $\cos 2\alpha$.

3

а) $\operatorname{ctg}^2\alpha + \cos^2\alpha - \frac{1}{\sin^2\alpha}$;

б) $\dfrac{\cos 3\alpha + \cos\alpha}{2\cos\alpha} + 2\sin^2\alpha.$

б) $\dfrac{\sin 5\alpha - \sin\alpha}{2\cos 3\alpha}\cdot \operatorname{ctg}\alpha - 1.$

4

Докажите тождество:

$1 - \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha}.$

$\operatorname{ctg}^2\alpha - 1 = \dfrac{\cos 2\alpha}{\sin^2\alpha}.$

5

Постройте график функции

$y = 2\cos x - 1.$

$y = \sin 2x + 1.$

Вариант Б1

1

Вычислите:

а) $\dfrac{\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{6}} - \sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{4};$

б) $\dfrac{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 25^\circ\cos 5^\circ + \sin 25^\circ \sin 5^\circ}.$

2

Известно, что

$\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 0,5$ и $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$

Найдите $\sin(60^\circ - \alpha).$

3

Упростите выражение:

а) $\left(\dfrac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2 + \left(\dfrac{\cos\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha}\right)^2 - 2\sin^2\alpha;$

Вариант Б2

1

а) $\dfrac{\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{3}} + \sqrt{2}\sin\dfrac{3\pi}{4};$

б) $\dfrac{\cos 25^\circ\cos 15^\circ - \sin 25^\circ\sin 15^\circ}{\cos 100^\circ + \cos 20^\circ}.$

2

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\dfrac{1}{2}$ и $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}.$

Найдите $\sin(30^\circ + \alpha).$

3

а) $2\cos^2\alpha - (\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha)^2 -$
$- (\operatorname{ctg}\alpha\sin\alpha)^2;$

б) $\dfrac{\sin\alpha - \sin 3\alpha}{\cos\alpha - \cos 3\alpha}(1-\cos 4\alpha)$.

б) $\dfrac{\sin\alpha + \sin 3\alpha}{\cos\alpha + \cos 3\alpha}(1+\cos 4\alpha)$.

4

Докажите тождество:

$\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = \sin 2\alpha.$

$\operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = \cos 2\alpha.$

5

Постройте график функции

$y = 3 - \sin 2x.$

$y = 2\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right).$

Вариант В1

Вариант В2

1

Вычислите:

а) $\dfrac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{tg} 22^\circ}{1+\operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{tg} 22^\circ} + 4\sin 105^\circ \cos 105^\circ;$

б) $\sqrt{\dfrac{1+\cos 4}{2}} + \cos 2.$

а) $\dfrac{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 16^\circ}{1-\operatorname{tg} 29^\circ \operatorname{tg} 16^\circ} - 4\sin 75^\circ \cos 75^\circ;$

б) $\sqrt{\dfrac{1-\cos 8}{2}} + \sin 4.$

2

Известно, что

$\sin 2\alpha = 0{,}8$ и $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$.

$\cos 2\alpha = 0{,}6$ и $135^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найдите $\operatorname{ctg}\alpha$.

3

Упростите выражение:

а) $\dfrac{4\cos\alpha}{\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}};$

а) $\dfrac{\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{ctg}^2 2\alpha}{4\operatorname{ctg} 4\alpha};$

б) $\dfrac{\cos\alpha + \cos 3\alpha}{\sin 2\alpha} + \dfrac{\sin\alpha + \sin 3\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$.

б) $\dfrac{\cos\alpha - \cos 3\alpha}{1 - \cos 2\alpha} + \dfrac{\sin\alpha - \sin 3\alpha}{\sin 2\alpha}$.

4

Докажите тождество:

$$4\sin\alpha \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \sin 3\alpha.$$

$$4\cos\alpha \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos 3\alpha.$$

5

Постройте график функции

$y = \sin x + \sin|x|$.

$y = \sin x + |\sin x|$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

С-17. ОБРАТНАЯ ФУНКЦИЯ. ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Вариант А1	Вариант А2
1 Найдите функцию, обратную к функции:	
$y = 2x$.	$y = 3x$.
2 Вычислите:	
а) $\arcsin 1 - \operatorname{arctg} 0$;	а) $\arccos 0 - \operatorname{arctg} 1$;
б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;	б) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$;
в) $\operatorname{ctg}\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.	в) $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
3 Сравните числа:	
$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ и $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.	$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ и $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

4

Определите, имеет ли смысл выражение

$\arcsin(x-1)$ при $x=\sqrt{5}$; $x=0,9$.

$\arccos(x+1)$ при $x=-\sqrt{3}$; $x=\frac{1}{3}$.

Ответ объясните.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Найдите функцию, обратную к функции:

Б1: $y=2x+4$.

Б2: $y=3x-6$.

2

Вычислите:

Б1:

а) $\arccos(-1)-2\operatorname{arcctg}0$;

б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\operatorname{arctg}\sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

Б2:

а) $\arcsin(-1)+2\operatorname{arctg}0$;

б) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)-2\operatorname{arcctg}\sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

3

Сравните числа

Б1: $\sin 1$ и $\arcsin 1$.

Б2: $\arccos 0$ и $\cos 0$.

4

Определите, при каких значениях a имеет смысл выражение

Б1: $\arccos(2a-1)$.

Б2: $\arcsin(3a+2)$.

Вариант В1 | **Вариант В2**

1

Найдите функцию, обратную к функции:

В1: $y = \dfrac{4}{2x+1}$

В2: $y = \dfrac{3}{3x-1}$

2

Вычислите:

В1:

а) $\arccos\left(\operatorname{tg}\dfrac{3\pi}{4}\right) - 2\arcsin 1;$

б) $\sin\left(2\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arcctg}\sqrt{3}\right);$

в) $\arccos(\sin(\operatorname{arctg} 0))$.

В2:

а) $\arcsin\left(\operatorname{tg}\dfrac{3\pi}{4}\right) + 2\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2};$

б) $\cos\left(2\operatorname{arctg}\sqrt{3} + \operatorname{arcctg}\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right);$

в) $\arcsin(\cos(\operatorname{arcctg} 0))$.

3

Сравните числа

В1: $\operatorname{arctg}(a-1)$ и $\operatorname{arctg}(a+1)$.

В2: $\operatorname{arcctg} a$ и $\operatorname{arcctg}(a+2)$.

4

Найдите область определения функции:

В1: $y = \sqrt{-\arcsin(x+1)}$.

В2: $y = \sqrt{\dfrac{\pi}{2} - \arccos(x-1)}$.

С-18*. ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Определите, при каких значениях параметра a выполняется тождество, и докажите его:

а) $\sin(\arccos a) = \sqrt{1-a^2}$;

б) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} a) = \dfrac{1}{a}$;

в) $\operatorname{tg}(\arcsin a) = \dfrac{a}{\sqrt{1-a^2}}$;

г) $\cos(\operatorname{arcctg} a) = \dfrac{a}{\sqrt{1+a^2}}$;

д) $\arcsin a + \arccos a = \dfrac{\pi}{2}$.

2

Вычислите:

а) $\sin\left(2\arccos\dfrac{12}{13}\right)$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{5}{13}\right)$;

в) $\sin\left(\operatorname{arctg} 3 - \operatorname{arcctg}\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$.

Вариант 2

1

а) $\cos(\arcsin a) = \sqrt{1-a^2}$;

б) $\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} a) = \dfrac{1}{a}$;

в) $\operatorname{tg}(\arccos a) = \dfrac{\sqrt{1-a^2}}{a}$;

г) $\sin(\operatorname{arctg} a) = \dfrac{a}{\sqrt{1+a^2}}$;

д) $\operatorname{arctg} a + \operatorname{arcctg} a = \dfrac{\pi}{2}$.

2

а) $\cos\left(\dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{5}{13}\right)$;

б) $\operatorname{ctg}\left(2\arcsin\dfrac{3}{5}\right)$;

в) $\cos\left(\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2} - \operatorname{arcctg} 3\right)$.

3

Учитывая область значений аркфункций, вычислите:

а) $\arccos(\cos 10)$;

б) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg}\dfrac{3\pi}{5}\right)$.

а) $\arcsin(\sin 6)$;

б) $\operatorname{arcctg}\left(\operatorname{tg}\dfrac{7\pi}{8}\right)$.

4

Найдите область определения функции:

а) $y = \arcsin(x^2 + x - 1)$;

б) $y = \arccos\sqrt{2 - x}$.

а) $y = \arccos(x^2 - 3)$;

б) $y = \arcsin\dfrac{1}{x - 1}$.

5

Найдите область определения и область значений функции:

а) $y = \sqrt{-\arcsin x}$;

б) $y = 2\operatorname{arctg}\sqrt{x}$.

а) $y = \dfrac{1}{\arcsin x}$;

б) $y = \dfrac{\pi}{2} + 2\operatorname{arcctg}\left(-\sqrt{x}\right)$.

6

Решите уравнение:

а) $\cos\left(\arccos(x + 2)\right) = x^2$;

б) $6\operatorname{arctg}\dfrac{x + 1}{2} = 2\pi$;

в) $\arcsin\left(x^2 - 4\right) = \arcsin(2x + 4)$;

г) $(\operatorname{arcctg} x)^2 - 6\operatorname{arcctg} x + 8 = 0$.

а) $\sin\left(\arcsin(4x - 1)\right) = 3x^2$;

б) $2\operatorname{arcctg}(2x - 3) = \pi$;

в) $\arccos\left(x^2 - x\right) = \arccos(2x - 2)$;

г) $2(\operatorname{arctg} x)^2 - 5\operatorname{arctg} x + 2 = 0$.

С-19. ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

а) $2\sin x = \sqrt{3}$;

б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$;

в) $\operatorname{tg} 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

2

Найдите нули функции

$y = 2\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 1$.

3

Решите уравнение и найдите

его наименьший положительный корень:

$\operatorname{ctg}\frac{x}{3} = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}$.

Вариант А2

а) $2\cos x = 1$;

б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$;

в) $\operatorname{ctg}\frac{x}{2} = -\sqrt{3}$.

$y = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 1$.

его наибольший отрицательный корень:

$\operatorname{tg} 4x = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

а) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$;

б) $1 - 2\cos^2 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

Вариант Б2

а) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$;

б) $\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4} = -\frac{1}{4}$;

в) $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=-1.$

в) $\sqrt{3}\,\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=-3.$

❷

Найдите нули функции

$y=\mathrm{ctg}\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)-1.$

$y=\mathrm{tg}\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+1.$

❸

Решите уравнение и найдите его корни, принадлежащие промежутку $[0;\ \pi]$:

$\left(\sin 2x+\sin\frac{\pi}{6}\right)(\sin 2x-3)=0.$

$\left(\cos 2x+\cos\frac{\pi}{4}\right)(\cos 2x+4)=0.$

Вариант В1

❶

Решите уравнение:

а) $4\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{8}=0;$

б) $\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi x}{2}\right)=-\mathrm{ctg}\,\frac{7\pi}{6};$

в) $\left|\cos\left(x\sin\frac{\pi}{6}\right)+0,5\right|=0,5.$

❷

Не выполняя построений, найдите абсциссы точек пересечения графиков функций

$f(x)=\cos 5x\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ и

Вариант В2

❶

Решите уравнение:

а) $4\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{12}=0;$

б) $\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\pi x}{3}\right)=\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right);$

в) $\left|0,5-\sin\left(x\cos\frac{\pi}{3}\right)\right|=0,5.$

❷

Не выполняя построений, найдите абсциссы точек пересечения графиков функций

$f(x)=\sin 3x\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}$ и

$g(x) = \sin 5x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$g(x) = \cos 3x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

3

Определите количество корней уравнения, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$:

$(\sin x - 1)\left(\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1\right) = 0$.

$(\cos x - 1)\left(\operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$.

С-20. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

а) $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$;

б) $\sin 2x - \cos x = 0$;

в) $\cos 7x + \cos x = 0$.

2

Найдите корни уравнения на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$:

$3\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2$.

Вариант А2

а) $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$;

б) $\sqrt{3}\cos x + \sin 2x = 0$;

в) $\sin x + \sin 5x = 0$.

$\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x = -1$.

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

а) $4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$;

Вариант Б2

а) $4\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$;

б) $2\cos^2 x - \sin 2x = 0$;
в) $\cos x + \cos 3x = \cos 2x$.

б) $\sin^2 x - 0{,}5\sin 2x = 0$;
в) $\sin 2x + \sin 6x = \cos 2x$.

❷

Найдите корни уравнения на интервале $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$:

$\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = -1$.

$3\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 1$.

Вариант В1

Вариант В2

❶

Решите уравнение:

а) $\cos 4x - 3\cos 2x = 1$;
б) $4\cos^2 x - \sin 2x = 1$;
в) $\sin 6x - 2\sin 2x = 0$.

а) $\cos x + 3\sin \dfrac{x}{2} = -1$;
б) $6\sin^2 x + \sin 2x = 4$;
в) $\cos 6x + 2\cos 2x = 0$.

❷

Докажите, что на промежутке $[0; \pi]$ данное уравнение имеет единственный корень, и найдите его:

$\sin x \operatorname{tg} x + 1 = \sin x + \operatorname{tg} x$.

$1 - \operatorname{ctg} x = \cos x - \cos x \operatorname{ctg} x$.

С-21. ОТБОР КОРНЕЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Вариант А1

Вариант А2

❶

Решите уравнение:

а) $(\operatorname{ctg} x - 1)(\cos x + 1) = 0$;

а) $(\operatorname{tg} x + 1)(\sin x - 1) = 0$;

б) $\dfrac{\cos x}{1+\sin x}=0;$

в) $\sin 2x\sqrt{\cos x}=0.$

б) $\dfrac{\sin x}{1-\cos x}=0;$

в) $\sin 2x\sqrt{\sin x}=0.$

❷

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}\cos x+\cos y=1,\\ x+y=2\pi.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin x+\sin y=\sqrt{3},\\ x+y=\pi.\end{cases}$$

Вариант Б1

❶

Решите уравнение:

а) $(1+\cos 2x)\operatorname{tg} x=\cos x;$

б) $\dfrac{\sin x-\sin 3x}{1+\cos x}=0;$

в) $\sqrt{\operatorname{ctg} x}=\sqrt{2\cos x}.$

❷

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}\sin x\cos y=0,75,\\ \sin y\cos x=0,25.\end{cases}$$

Вариант Б2

а) $(1-\cos 2x)\operatorname{ctg} x=\sin x;$

б) $\dfrac{\cos 3x+\cos x}{1+\sin x}=0;$

в) $\sqrt{\operatorname{tg} x}=\sqrt{2\sin x}.$

$$\begin{cases}\cos x\cos y=0,75,\\ \sin x\sin y=0,25.\end{cases}$$

Вариант В1

❶

Решите уравнение:

0) $\dfrac{\operatorname{tg} 2x-\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg} 2x\operatorname{tg} x}\times$

$\times\left(\sqrt{2}\cos^2 x-\cos x\right)=0;$

б) $\dfrac{\cos^2 2x-\sin^2 x}{1-\sin 3x}=0;$

Вариант В2

0) $\dfrac{\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} 2x\operatorname{tg} x}\times$

$\times\left(\sqrt{2}\sin^2 x+\sin x\right)=0;$

б) $\dfrac{\sin^2 2x-\sin^2 x}{1+\cos 3x}=0;$

в) $\sqrt{2\sin^2 x - 1} = \cos x - \sin x$.

в) $\sqrt{1 - 2\cos^2 x} = \sin x + \cos x$.

❷

Решите систему уравнений:

$\begin{cases} \cos x \cos y = \sin^2 x, \\ \sin x \sin y = \cos^2 x. \end{cases}$

$\begin{cases} \cos x \sin y = \sin^2 x, \\ \sin x \cos y = \cos^2 x. \end{cases}$

К-3 (КП-4). ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Вариант А1

❶

Решите уравнение:

а) $2\sin x = \sqrt{3}$;

б) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$;

в) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$;

г) $\dfrac{\sin 3x + \sin x}{\cos x} = 0$.

❷

Решите неравенство:

а) $1 - 2\cos\dfrac{x}{2} > 0$;

б) $\operatorname{tg}(\pi - x) < \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

❸

Решите систему уравнений:

$\begin{cases} \sin x = \cos y, \\ 2\cos^2 y + \sin x = 3. \end{cases}$

Вариант А2

❶

а) $\sqrt{2}\cos x = 1$;

б) $\sin x + \cos x = 0$;

в) $2\cos^2 x - \sin x = -1$;

г) $\dfrac{\cos 3x - \cos x}{\sin x} = 0$.

❷

а) $-\sqrt{3} - 2\sin 3x < 0$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) > \sqrt{3}$.

❸

$\begin{cases} \cos x = \sin y, \\ \sin^2 y - \cos x = 2. \end{cases}$

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

а) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x - \frac{1}{2}\cos 3x = -1;$

б) $\sin^2 x -$
$- 2\sin 2x - 5\cos^2 x = 0;$

в) $1 - \cos x = \sin\frac{x}{2};$

г) $\frac{\sin 2x}{1 + \sin x} = -2\cos x.$

2

Решите неравенство:

а) $2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} < 0;$

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \geq 1.$

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x \cos y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Вариант Б2

а) $\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x = 1;$

б) $\cos^2 x +$
$+ \sin 2x - 3\sin^2 x = 0;$

в) $1 + \cos 4x = \cos 2x;$

г) $\frac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 2\sin x.$

а) $\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 > 0;$

б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) \leq \sqrt{3}.$

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Вариант В1

1

Решите уравнение:

а) $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0,75;$

Вариант В2

а) $\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0,5;$

б) $2\cos^2\frac{x}{2} - 3\sin x + 2 = 0$;

в) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$;

г) $\dfrac{\cos x - 2\sin x \sin 2x}{1 + \sin 3x} = 0$.

б) $2\sin^2\frac{x}{2} + 3\sin x + 2 = 0$;

в) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1{,}5$;

г) $\dfrac{2\cos x \cos 2x - \cos x}{1 - \sin 3x} = 0$.

2

Решите неравенство:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \geq 1$;

б) $\sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4}\right)} < 1$.

а) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) \leq 1$;

б) $\sqrt{-\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right)} < 1$.

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \cos x - \dfrac{2}{\sin y} = 3, \\ 2\cos x \sin y = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \dfrac{1}{\cos y} = 3, \\ \dfrac{\sin x}{\cos y} = 2. \end{cases}$$

С-22. БОЛЕЕ СЛОЖНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант 1

1

Решите уравнение:

а) $\sin(\cos x) = 0{,}5$;

б) $\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} 2x = 1$;

в) $\cos 4x \cos 7x = \cos 6x \cos 3x$;

г) $\sin 4x - \cos 4x \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$.

Вариант 2

а) $\cos(\sin x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x = -1$;

в) $\sin 7x \sin x = \sin 3x \sin 5x$;

г) $\sin 6x + \cos 6x \operatorname{ctg} 3x = \sqrt{3}$.

2

Используя замену переменной, решите уравнение:

а) $2\operatorname{tg}^2 x + 3 = \dfrac{3}{\cos x}$;

б) $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$;

в) $\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 4$.

а) $\dfrac{1}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg} x + 3$;

б) $4(\cos x - \sin x) = 4 - \sin 2x$;

в) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 3\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = -4$.

3

Используя разложение на множители, решите уравнение:

а) $\cos 2x = \sin x - \cos x$;

б) $1 - \cos x = \operatorname{tg} x - \sin x$;

в) $\sin^2 3x + \sin^2 4x = \sin^2 5x + \sin^2 6x$.

а) $\sin 2x + 1 = \sin x + \cos x$;

б) $1 + \sin x = \operatorname{ctg} x + \cos x$;

в) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \cos^2 3x + \cos^2 4x$.

4

Решите данное уравнение тремя способами (используя формулы двойного угла, введение вспомогательного угла, выражение функций через тангенс половинного аргумента) и докажите, что полученные ответы совпадают:

$2\sin x - 3\cos x = 2$.

$3\cos x - 4\sin x = 5$.

5

Используя умножение на тригонометрическую функцию, решите уравнения:

а) $4\cos x \cos 2x \cos 3x = \cos 6x$;

б) $\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -0{,}5$.

а) $\cos x \cos 2x \cos 4x = \dfrac{1}{8}$;

б) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = \dfrac{1}{2}\operatorname{ctg} x$.

6

Решите тригонометрическое уравнение:

Вариант 1

а) $2\sqrt{\operatorname{ctg} x} = 3 - \operatorname{ctg} x$;

б) $\sqrt{0,5\cos x} = \sin\dfrac{x}{2}$;

в) $\sqrt{\sin 3x + \sin 5x} = \sqrt{\sin 4x}$.

Вариант 2

а) $2 - \operatorname{tg} x = \sqrt{\operatorname{tg} x}$;

б) $\sqrt{-\cos 4x} = \sqrt{2}\cos 2x$;

в) $\sqrt{\cos 5x + \cos 7x} = \sqrt{\cos 6x}$.

С-23. СИСТЕМЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Вариант 1

1

Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{3}, \\ \cos^2 x - \cos^2 y = -\dfrac{3}{4}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = \dfrac{4\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = \dfrac{3}{4}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{2}, \\ \cos 2x + 5\cos y = 3; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y = \dfrac{3}{4}, \\ \operatorname{tg}\pi x - \operatorname{tg}\pi y = 2. \end{cases}$

Вариант 2

а) $\begin{cases} x + y = \dfrac{\pi}{4}, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{6}, \\ \cos x \sin y = \dfrac{1}{4}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = \dfrac{5\pi}{2}, \\ \cos 2x + \sin y = 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y = \dfrac{1}{3}, \\ \operatorname{ctg}\pi x - \operatorname{ctg}\pi y = -\sqrt{3}. \end{cases}$

2

Найдите решение системы, используя

а) подстановку и почленное сложение (вычитание) уравнений системы:

$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0{,}75, \\ \operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x \sin y = \dfrac{\sqrt{3}}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1; \end{cases}$$

б) разложение на множители или использование основного тригонометрического тождества:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x - \sin y = 0{,}5, \\ \cos x + \cos y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

в) замену переменных:

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1, \\ \cos 2x + \cos 2y = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 0{,}5, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1{,}75. \end{cases}$$

С-24. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

Вариант Б 1 | **Вариант Б 2**

❶

Решите уравнение:

Б 1: $a\sin x - a + 1 = 0.$

Б 2: $(1-a)\cos x = a$.

❷

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет корни:

Б 1: $(a^2-9)\cos 3x = (a+3)$.

Б 2: $(4a^2-1)\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right) = (2a-1)$.

❸

Определите количество корней

уравнения $\sin x = a$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right)$ в зависимости от значений параметра a.

уравнения $\cos x = a$ на промежутке $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ в зависимости от значений параметра a.

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Решите уравнение:

В 1: $\left(a^2 - 2a - 3\right)\cos 2x = \left(a^2 - a - .6\right)$

В 2: $\left(a^2 + a - 2\right)\sin\frac{x}{2} = \left(a^2 + 3a + 2\right)$.

2

Найдите все значения параметра, при которых уравнение имеет корни:

В 1: $a\cos x + \sin\frac{x}{2} = 1$.

В 2: $\cos 2x + 1 = a\cos x$.

3

Определите все значения параметра a, при которых

В 1: уравнение $\sin^2 2x + \left(\frac{1}{2} - a\right)\sin 2x - \frac{a}{2} = 0$ имеет ровно три корня, принадлежащих отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

В 2: уравнение $\cos^2 2x - \left(\frac{1}{2} + a\right)\cos 2x + \frac{a}{2} = 0$ имеет ровно четыре корня, принадлежащих отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6}\right]$.

С-25. ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Вариант А1

1

Решите неравенство:

а) $2\sin x > 1$;

б) $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\le -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\operatorname{tg} 2x \le \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{3}$.

2

Найдите значения x, при которых

график функции

$y=\sin\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

лежит ниже оси x.

Вариант А2

а) $\sqrt{2}\cos x < 1$;

б) $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\ge -\dfrac{1}{2}$;

в) $\operatorname{tg}\dfrac{x}{3} \ge \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{6}$.

график функции

$y=\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

лежит выше оси x.

Вариант Б1

1

Решите неравенство:

а) $-2\sin 2x < \sqrt{3}$;

б) $\cos\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{\pi}{3}\right)\le \cos\dfrac{5\pi}{3}$;

в) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)-\sqrt{3}\ge 0$.

Вариант Б2

а) $-2\cos\dfrac{x}{3} > 1$;

б) $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)\ge \sin\dfrac{3\pi}{4}$;

в) $\sqrt{3}\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)-1\le 0$.

❷

Найдите значения x, при которых

график функции $y = 1 - 2\cos^2 \dfrac{x}{8}$ лежит ниже прямой $y = 0,5$.

график функции $y = 2\sin^2 4x - 1$ лежит выше прямой $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант В1

❶

Решите неравенство:

а) $-4\sin\left(\dfrac{3}{4}x + \dfrac{\pi}{4}\right) > -2\sqrt{2}$;

б) $\cos^2 x \geq 0,25$;

в) $\left|\operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\right)\right| \geq \sqrt{3}$.

❷

Найдите значения x, при которых

график функции
$$y = \frac{\sin x + \cos x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$$
лежит выше оси x.

Вариант В2

❶

а) $-\sqrt{3}\cos\left(1,5x + \dfrac{\pi}{6}\right) < -1,5$;

б) $\sin^2 x \leq 0,25$;

в) $\left|\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - 2x\right)\right| \geq 1$.

❷

график функции
$$y = \frac{\sin x - \cos x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$
лежит ниже оси x.

С-26. БОЛЕЕ СЛОЖНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Вариант 1

Вариант 2

❶

Решите неравенство:

а) $\sqrt{\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)}<\sqrt{0,75}$;

б) $\sin^4 x+\cos^4 x\le\frac{5}{8}$;

в) $\cos 2x\ (\sin 8x-1)\le 0$.

а) $\sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{3}\right)}<\sqrt{0,25}$;

б) $\sin^6 x+\cos^6 x\ge\frac{5}{8}$;

в) $\sin 3x\ (\cos 2x+1)\ge 0$.

❷

Используя замену переменных, решите неравенство:

а) $\cos 2x+3\sin x\ge -1$;

б) $\frac{1}{\sin^2 x}+\operatorname{ctg} x-3<0$;

в) $\operatorname{tg} x+\sin 2x\ge 2$;

г) $\sin^2 x+\sin 2x-3\cos^2 x>0$.

а) $\cos 2x+3\cos x\le 1$;

б) $\frac{2}{\cos^2 x}-\operatorname{tg} x-3<0$;

в) $2\sin 2x+3\operatorname{tg} x\le 5$;

г) $2\sin^2 x+\sin 2x-4\cos^2 x>0$.

❸

Используя метод интервалов, решите неравенство:

а) $\cos 3x+2\cos x\ge 0$;

б) $\sin x\cos 5x<\sin 2x\cos 4x$;

в) $1-\cos x\le\operatorname{tg} x-\sin x$.

а) $\sin 3x-2\sin x\le 0$;

б) $\cos x\cos 7x>\cos 3x\cos 5x$;

в) $1+\sin x\le\operatorname{ctg} x+\cos x$.

(КП-5). ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

Вариант Б 1

❶

Решите уравнение:

а) $\sin 2x=\sin x+\cos x-1$;

б) $\sin x+\cos 4x=2$.

Вариант Б 2

а) $\sin x-\cos x=\cos 2x$;

б) $\cos x+\cos 3x=2$.

2

Решите неравенство:

а) $2\sin\left(6x - \frac{\pi}{3}\right) > \sqrt{3}$;

б) $\sqrt{3}\,\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) - 1 \le 0$;

в) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) < 1$.

а) $2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) > -\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) + 1 \ge 0$;

в) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) < \frac{1}{2}$.

3

Решите систему:

$$\begin{cases} 3\sin x = \sin y, \\ 2\cos x + \cos y = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\sin x = \sin y, \\ 3\cos x + \cos y = 2. \end{cases}$$

4

Решите уравнение:

$(x - 2)(2x + 1)\arcsin x = 0$.

$(4x - 1)()\left(x + 3\right)\arccos x = 0$.

5*

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет корни:

$a\sin\frac{1}{2}x = a^2 - 2a$.

$a\cos 2x = 4a - a^2$.

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Решите уравнение:

а) $5\left(\sin x + \cos x\right) + \sin 2x + 1 = 0$;

б) $\sin 12x - \sin 4x = 2$.

а) $12(\sin x - \cos x) = \sin 2x + 12$;

б) $\cos\frac{x}{8} + \cos\frac{x}{2} = 2$.

2

Решите неравенство:

а) $\cos^2\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{3}{2}x\right) > \frac{1}{2}$;

б) $\cos 4x \operatorname{ctg} 2x + \sin 4x > \sqrt{3}$;

в) $\cos 2x \leq \sin x$.

а) $4\sin\left(\frac{\pi}{3} - 1,5x\right) \times \cos\left(1,5x - \frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}$;

б) $\sin 4x - \cos 4x \operatorname{tg} 2x < \sqrt{3}$;

в) $\cos 2x \geq \cos x$.

3

Решите систему:

$$\begin{cases} \sin x = \sqrt{2}\sin y, \\ \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}\cos y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + \cos x = \sqrt{2}\cos y, \\ \sin x = \sqrt{2}\sin y. \end{cases}$$

4

Решите уравнение:

$$\left(x^2 - \frac{4\pi}{3}x + \frac{\pi^2}{3}\right)\arccos x = 0.$$

$$\left(x^2 - \frac{7\pi}{6}x + \frac{\pi^2}{6}\right)\arcsin x = 0.$$

5*

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет корни:

$$a\sin x + \sqrt{3}a\cos x = a + 1.$$

$$3a\sin x + 4a\cos x = a - 1.$$

СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

С-27. КОРЕНЬ *n*-ОЙ СТЕПЕНИ И ЕГО СВОЙСТВА

Вариант А1

❶

Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$;

б) $\sqrt[7]{5-\sqrt{26}} \cdot \sqrt[7]{5+\sqrt{26}}$.

❷

Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{3}}$;

б) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$.

❸

Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{a}} + \sqrt[18]{a^3}$;

б) $6a\sqrt[4]{a^5} : \left(3\sqrt[4]{a}\right)$.

❹

а) Вынесите множитель из-под знака корня ($x > 0$, $y > 0$):

$\sqrt[4]{81x^5y^9}$.

б) Внесите множитель под знак корня ($x > 0$):

$2x\sqrt[5]{x}$.

Вариант А2

❶

а) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{-4} + \sqrt[6]{(-3)^6}$;

б) $\sqrt[9]{6+\sqrt{35}} \cdot \sqrt[9]{6-\sqrt{35}}$.

❷

а) $\dfrac{5}{\sqrt[5]{5}}$;

б) $\dfrac{4}{\sqrt{3}-1}$.

❸

а) $\sqrt[20]{a^2} - \sqrt[5]{\sqrt{a}}$;

б) $2a\sqrt[3]{a^4} \cdot 3\sqrt[3]{a^2}$.

❹

а) $\sqrt{25x^3y^7}$.

б) $4x^2\sqrt[3]{x}$.

5

Упростите выражение и найдите его значение при $a = 3$:

$\sqrt{\left(2+\sqrt{a}\right)^2 - 8\sqrt{a}}$.

$\sqrt{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(1+\sqrt{a}\right) - 2\left(\sqrt{a}-1\right)}$.

Вариант Б1

1

Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}} + \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$;

б) $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$.

2

Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\dfrac{a+\sqrt{3}}{a-\sqrt{3}}$;

б) $\dfrac{a-1}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a} + 1}$.

3

Упростите выражение:

а) $\sqrt{\sqrt[9]{a^6}} + \dfrac{2a}{\sqrt[3]{a^2}}$;

б) $\sqrt{2a^3} \cdot \sqrt[3]{2a} : \sqrt[6]{32a^{12}}$.

4

а) **Вынесите множитель из-под знака корня:**

$\sqrt[4]{32x^5y^{10}}$.

Вариант Б2

1

а) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[10]{3} + \sqrt[5]{-3\sqrt{3}}$;

б) $\sqrt{1+\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}$.

2

а) $\dfrac{\sqrt{2}-b}{\sqrt{2}+b}$;

б) $\dfrac{a+1}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{a} + 1}$.

3

а) $\sqrt{\sqrt[10]{a^4}} - \dfrac{3a}{\sqrt[5]{a^4}}$;

б) $\sqrt[6]{27a^5} \cdot \sqrt[4]{9a} : \sqrt{9a^2}$.

4

а) $\sqrt[3]{81x^4y^{10}}$.

б) Внесите множитель под знак корня:

$-2ab^2\sqrt[6]{\dfrac{1}{16a^5b^{10}}}$.

$-\dfrac{1}{3a^2b}\sqrt[4]{243a^{10}b^5}$.

5

Упростите выражение и найдите его значение при $a = 0{,}8$:

$\sqrt{\left(\sqrt{a}+\dfrac{1}{\sqrt{a}+2}\right)\left(\sqrt{a}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-2}\right)(a-4)+a}$.

$\sqrt{\dfrac{a\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}-\sqrt{a}}+\sqrt{a}$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Вычислите:

а) $\sqrt{3+\sqrt[4]{(-8)^2}}-\sqrt{3-\sqrt[4]{(-8)^2}}$;

б) $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{4+2\sqrt{3}}}$.

а) $\sqrt{4+\sqrt[8]{(-15)^4}}-\sqrt{4-\sqrt[8]{(-15)^4}}$;

б) $\sqrt[3]{1-\sqrt{5}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{6+2\sqrt{5}}}$.

2

Избавьтесь от иррациональности в числителе дроби и сравните ее с нулем:

а) $\dfrac{\sqrt[3]{3}-\sqrt[6]{12}}{2}$;

б) $\dfrac{2-\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

а) $\dfrac{\sqrt[6]{7}-\sqrt[3]{2}}{2}$;

б) $\dfrac{3-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

3

Упростите выражение:

а) $\sqrt[4]{8a}\cdot 9\sqrt[4]{12a^5}:\left(3\sqrt[4]{6a^2}\right)$;

а) $25\sqrt[3]{9a^5}\cdot\sqrt[3]{6a^2}:\left(5\sqrt[3]{2a}\right)$;

б) $\sqrt[3]{2a\sqrt[4]{\frac{1}{a}}-\frac{a\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}}}$.

б) $\sqrt[5]{a\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}-\frac{2a\sqrt[6]{a}}{\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}}}$.

4

а) Вынесите множитель из-под знака корня (n — натуральное число) :

$\sqrt[n+1]{2^{n+3}\cdot a^{n^2-1}\cdot b^{3n+1}}$, если $a \geq 0,\ b \geq 0$.

$\sqrt[n+2]{3^{n+3}\cdot a^{n^2-4}\cdot b^{5n+2}}$, если $a \geq 0,\ b \geq 0$.

б) Внесите множитель под знак корня:

$0,5ab\sqrt[4]{-16ab^2}$.

$-3a^2b\sqrt[6]{-\frac{b}{27a^4}}$.

5

Упростите выражение и найдите его значение при $a = 6$:

$\sqrt{a+4\sqrt{a-4}}-\sqrt{a-4\sqrt{a-4}}$.

$\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}$.

С-28. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2-4x}=\sqrt{6-3x}$;

б) $\sqrt{3x+1}=x-1$;

в) $2\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}=1$;

г) $\sqrt{x}+\sqrt{x-3}=3$.

Вариант А2

а) $\sqrt{x^2-10}=\sqrt{-3x}$;

б) $\sqrt{2x+4}=x-2$;

в) $3\sqrt[3]{x}+2\sqrt[6]{x}=5$;

г) $\sqrt{x}-\sqrt{x-5}=1$.

2

Определите, при каких значениях x

функция $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ принимает значение, равное 2.

функция $y = \sqrt[3]{x^2 + 2}$ принимает значение, равное 3.

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$;

б) $\sqrt{2x^2 + 7} = x^2 - 4$;

в) $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x} - 2 = 0$;

г) $\sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 3} = \sqrt{3x + 4}$.

2

Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций

$y = \sqrt[3]{x - 1}$ и $y = \sqrt[6]{x + 5}$.

Вариант Б2

1

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$;

б) $\sqrt{18x^2 - 9} = x^2 - 4$;

в) $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} - 3 = 0$;

г) $\sqrt{x + 3} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{4x + 1}$.

2

Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций

$y = \sqrt[6]{x + 3}$ и $y = \sqrt[3]{x + 1}$.

Вариант В1

1

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x - 2 + 2\sqrt{x + 6}} = 4$;

б) $\sqrt{3x + 12} - \sqrt{x + 1} = \sqrt{4x + 13}$;

в) $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$;

г) $\sqrt[3]{x - 10} + \sqrt[3]{x - 17} = 3$.

Вариант В2

1

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x - 1 + \sqrt{x + 2}} = 3$;

б) $\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x - 4} = \sqrt{x - 1}$;

в) $(x + 4)(x + 1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$;

г) $\sqrt[3]{4x + 3} - \sqrt[3]{x + 2} = 1$.

2

Найдите точки пересечения графиков функций

$y=\sqrt{x+2}$ и $y=\sqrt[3]{3x+2}$.

$y=\sqrt[3]{x+7}$ и $y=\sqrt{x+3}$.

С-29. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЕ СВОЙСТВА

Вариант А1

Вариант А2

1

Представьте выражения в виде степени числа x ($x > 0$) :

Вариант А1:

а) $\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt{x}$;

б) $\dfrac{x^{0,5}}{\left(\sqrt[4]{x}\right)^2}$.

Вариант А2:

а) $\sqrt[10]{x^9}\cdot x^{1,1}$;

б) $\dfrac{\left(\sqrt[6]{x}\right)^3}{\sqrt{x}}$.

2

Вычислите:

Вариант А1:

а) $\dfrac{3^{\frac{2}{3}}\cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}$; б) $\left(10^{-\frac{1}{3}}\cdot 0,01^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$.

Вариант А2:

а) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot 8^{\frac{2}{3}}}{2^{-\frac{1}{2}}}$; б) $\left(25^{-\frac{1}{4}}\cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1}$.

3

Упростите выражение:

Вариант А1:

а) $(16x)^{\frac{3}{4}}\cdot\left(\dfrac{1}{8}x^{\frac{3}{8}}\right)^{-\frac{2}{3}}$;

Вариант А2:

а) $(1000x)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(0,01x^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\left(a+b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a-b^{\frac{1}{4}}\right)+\sqrt{b}$;

в) $\dfrac{ab^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b}{(ab)^{\frac{1}{3}}}$.

б) $\left(a^{\frac{1}{3}}-b\right)\left(a^{\frac{1}{3}}+b\right)-\sqrt[3]{a^2}$;

в) $\dfrac{a^{\frac{1}{4}}b+b^{\frac{1}{4}}a}{(ab)^{\frac{1}{4}}}$.

4

Сравните числа:

а) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ и $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\sqrt[7]{5^3}$ и $5^{0,4}$.

а) $3^{-\frac{1}{3}}$ и $3^{\frac{1}{3}}$;

б) $(0,5)^{0,2}$ и $\sqrt[9]{0,25}$.

Вариант Б1

1

Представьте в виде степени с основанием x $(x>0)$:

а) $\dfrac{x\cdot\sqrt[3]{x}}{x^{-\frac{2}{3}}}$;

б) $\sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{x}\cdot\left(x^{\frac{1}{8}}\right)^{-6}$.

2

Вычислите:

а) $\dfrac{4^{-0,5}\cdot 8^{\frac{4}{5}}}{\left(\sqrt[5]{2}\right)^2}$;

Вариант Б2

1

а) $\dfrac{x\cdot\sqrt[4]{x^3}}{x^{-\frac{5}{4}}}$;

б) $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot\left(x^5\right)^{-\frac{1}{6}}$.

2

а) $\dfrac{27^{-\frac{1}{4}}\cdot 9^{1,5}}{\left(\sqrt[8]{3}\right)^2}$;

б) $\left(0,001^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{3}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

б) $\left(0,04^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{4}\right)^{-\frac{1}{3}}$.

3

Упростите выражение:

а) $\left(0,36ac^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{125}a^{\frac{3}{4}}c\right)^{-\frac{1}{3}}$;

б) $\frac{x^{1,5} - x^{0,5}}{x^{0,5} - x}$;

в) $\frac{a^{\frac{1}{4}} - 4}{a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{8}} + 4}$.

а) $\left(0,027a^{2}c\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{25}ac^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\frac{x^{\frac{4}{3}} - x}{x - x^{\frac{5}{3}}}$;

в) $\frac{a^{\frac{1}{3}} - 6a^{\frac{1}{6}} + 9}{a^{\frac{1}{3}} - 9}$.

4

Оцените значение выражения:

а) $x^{\frac{2}{5}}$, если $1 \le x \le 32$;

б) $x^{-\frac{1}{2}}$, если $\frac{4}{9} \le x \le 1\frac{11}{25}$.

а) $x^{\frac{4}{3}}$, если $0,008 \le x \le 1$;

б) $x^{-\frac{1}{4}}$, если $\frac{1}{625} \le x \le 5\frac{1}{16}$.

Вариант В1

1

Представьте в виде степени с основанием x $(x > 0)$:

а) $x\sqrt{x^{3}\sqrt[5]{x}}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{x^{\frac{8}{3}} \cdot x^{-2,5}}{x^{-\frac{1}{6}}}}$.

Вариант В2

а) $\sqrt[3]{x\sqrt{x}} \cdot \sqrt[4]{x}$;

б) $\sqrt{\frac{x^{\frac{11}{6}} \cdot x^{-1,5}}{x^{-\frac{1}{3}}}}$.

2

Вычислите:

а) $\left(4\frac{17}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{81^{1,5}}{625}\right)^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{0,5}}{21}}$.

а) $\left(5\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{32^{1,2}}{729}\right)^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(4\sqrt{2}\right)^{-\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{\frac{16^{0,75} \cdot 343^{\frac{1}{3}}}{28}}$.

3

Упростите выражение:

а) $\left(0,0625a^{1,2}b^{0,8}c^{-1}\right)^{\frac{3}{4}} \times$
$\times\left(\frac{1}{32}a^{\frac{3}{2}}bc^{\frac{5}{12}}\right)^{-0,6}$;

б) $\dfrac{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}+\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}}$;

в) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}+y}{x-y}$.

а) $\left(0,00032a^{-\frac{1}{3}}b^{2}c^{-\frac{5}{6}}\right)^{0,4} \times$
$\times\left(\frac{1}{125}a^{-0,2}b^{1,2}c\right)^{-\frac{2}{3}}$;

б) $\dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}+\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}}{x^{\frac{1}{6}}-y^{\frac{1}{6}}}$;

в) $\dfrac{x^{1,5}+y^{1,5}}{x^{\frac{4}{3}}+x^{\frac{1}{3}}y-x^{\frac{5}{6}}y^{\frac{1}{2}}}$.

4

Запишите формулу зависимости между переменными a и b, если

а) $a=t^{\frac{1}{4}},\ b=t^{\frac{1}{3}}$;

б) $a=t^{0,8}+1,\ b=t^{-0,8}-1$.

а) $a=t^{\frac{1}{2}},\ b=t^{\frac{1}{5}}$;

б) $a=(t+1)^{\frac{2}{3}},\ b=(t-1)^{\frac{2}{3}}$.

С-30. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Вариант А 1

1

Решите уравнение, используя оценку ОДЗ:

$\sqrt[4]{1-x}+x^3=\sqrt[6]{2x-2}+2-x^6$.

2

Решите уравнение, оценив его левую и правую части:

$\sqrt{x^2-2x-3}=6x-x^2-9$.

3

Решите уравнение с помощью равносильных преобразований:

$\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{1-3x}=x+5$.

Вариант А 2

1

$1+\sqrt[8]{3-x}-x^2=x-11+\sqrt[4]{2x-6}$.

2

$\sqrt{x^2-3x-4}=8x-16-x^2$.

3

$\sqrt{1-2x}\cdot\sqrt{2-x}=x+4$.

Вариант Б 1

1

Решите уравнение:

$$\sqrt[100]{x^2-16}+16x^{-1}=$$
$$=2x^{\frac{1}{2}}+\sqrt[200]{32-2x^2}.$$

2

Решите уравнение:

$$\sqrt[4]{x^6-64}+\sqrt[8]{x^2-4}+$$
$$+\sqrt[6]{x^4-16}=0.$$

Вариант Б 2

1

$$x^{\frac{1}{2}}-\sqrt[100]{x^2-4x+3}=$$
$$=2-x^{\frac{1}{3}}+\sqrt[200]{8x-6-2x^2}.$$

2

$$\sqrt{81-x^4}+\sqrt[4]{2x^2-18}+$$
$$+\sqrt[6]{x^6-729}=0.$$

3

Решите уравнение с помощью равносильных преобразований:

$\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}=\sqrt{x}$.

$\sqrt{2x-1}-\sqrt{x-4}=\sqrt{x-1}$.

Вариант В 1

Вариант В 2

1

Решите уравнение:

$\sqrt[5]{x}+\sqrt{x-31}+\sqrt[3]{x-5}=6$.

$\sqrt[3]{x^2+4}+\sqrt[5]{x-1}+\sqrt[7]{2x-3}=4$.

2

Решите уравнение:

$\sqrt[4]{x-5}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x-5}}=2-\left|x^2-5x-6\right|$.

$\sqrt[6]{3-x}+\dfrac{1}{\sqrt[6]{3-x}}=2-(x-2)^2$.

3

Решите уравнение:

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-3}-2}+\sqrt{x-2\sqrt{x-3}-2}=x-3.$$

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-2}-1}+\sqrt{x-2\sqrt{x-2}-1}=x-2$$

С-31. СИСТЕМЫ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Вариант А1

Вариант А2

1

Решите систему уравнений:

a) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ \sqrt{xy} = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt[3]{x - y + 27} = 3, \\ \sqrt{2x - y + 2} = x. \end{cases}$

a) $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ \sqrt{xy} = 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt[3]{x - y + 8} = 2, \\ \sqrt{3x - 2y + 6} = y. \end{cases}$

❷

Решите неравенство:

a) $(x+1)\sqrt{2-x} > 0;$

б) $\sqrt{2x+4} \le 2;$

в) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} > -4.$

a) $(x-5)\sqrt{x+1} < 0;$

б) $\sqrt{3x+1} \le 1;$

в) $\sqrt{2 + x - x^2} > -2.$

Вариант Б1

Вариант Б2

Решите систему уравнений:

a) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ x - y = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{y}{x}} - 2\sqrt{\dfrac{x}{y}} = 1, \\ \sqrt{5x + y} + \sqrt{5x - y} = 4. \end{cases}$

a) $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x - y = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}} - \sqrt{\dfrac{y}{x}} = \dfrac{3}{2}, \\ \sqrt{x - 3y} + \sqrt{x + 5y} = 4. \end{cases}$

❷

Решите неравенство:

a) $(9 - x^2)\sqrt{x^2 - 4} \le 0;$

б) $\sqrt{\dfrac{x^2 - x}{x + 3}} > 1;$

в) $x + \sqrt{x} < 2.$

a) $(x^2 - 4)\sqrt{25 - x^2} \ge 0;$

б) $\sqrt{\dfrac{x + 2}{x - 4}} < 1;$

в) $x - 3\sqrt{x} > 4.$

Вариант В1

❶

Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6, \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{2y-5x} = x, \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{2y-5x} = y. \end{cases}$

❷

Решите неравенство:

а) $(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$;

б) $\sqrt{2x+4} < \sqrt{x^2+4}$;

в) $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} \leq 3$.

Вариант В2

❶

Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} x\sqrt{x} - y\sqrt{y} = 26, \\ x\sqrt{y} - y\sqrt{x} = 6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x, \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y. \end{cases}$

❷

Решите неравенство:

а) $(x-3)\sqrt{x^2 - 6x + 8} \leq 0$;

б) $\sqrt{x^2+3} > \sqrt{3x+3}$;

в) $x^2 - 3x - \sqrt{x^2 - 3x} \leq 2$.

С-32. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПАРАМЕТРАМИ

Вариант Б 1

❶

Решите уравнение:

$\sqrt{x+2} = a + 2$.

❷

Решите неравенство:

Вариант Б 2

❶

Решите уравнение:

$\sqrt{5-x} = 5 - a$.

❷

Решите неравенство:

$(x-a)\sqrt{x-1} \geq 0$.

$(x-1)\sqrt{x-a} \geq 0$.

❸

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет только один действительный корень:

$\left(x^2-9x-10\right)\left(\sqrt{x}-a\right)=0$.

$\left(x^2+7x-8\right)\left(\sqrt{x}+a\right)=0$.

Вариант В 1

Вариант В 2

❶

Решите уравнение:

$\sqrt{x-a}+\sqrt{x+2}=3$.

$\sqrt{x-1}+\sqrt{x+a}=2$.

❷

Решите неравенство:

$\dfrac{(x-3)\sqrt{x-a}}{x+2} \geq 0$.

$\dfrac{(x+1)\sqrt{x+a}}{x-4} \leq 0$.

❸

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет только один действительный корень:

$\sqrt{ax-2}+1=x$.

$\sqrt{3-ax}+x=1$.

С-33*. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ, СИСТЕМ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1	Вариант 2

1

Решите иррациональное уравнение, используя в решении указанный способ:

— разложение на множители (с учетом ОДЗ) :

Вариант 1	Вариант 2
а) $(x+2)\sqrt{x^2-x-20}=6x+12;$	а) $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4}=2x-6;$
б) $\sqrt{x^2+x-2}+\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{x^2-1};$	б) $2\sqrt{x^2-2x-8}-\sqrt{x^2-16}=\sqrt{3x^2-13x+4};$

— введение одной или нескольких новых переменных:

Вариант 1	Вариант 2
в) $\dfrac{x^2}{\sqrt{x+2}}+x=2\sqrt{x+2};$	в) $\dfrac{x^2}{\sqrt{2x+5}}+\sqrt{2x+5}=2x;$
г) $\sqrt[3]{x-4}=1-\sqrt{x+1};$	г) $\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1};$
д) $\sqrt[4]{x+8}-\sqrt[4]{x-8}=2;$	д) $\sqrt[4]{1-x}+\sqrt[4]{15+x}=2;$
е) $\sqrt{x+5}+\sqrt{x}=2x-15+2\sqrt{x^2+5x};$	е) $\sqrt{x}+\sqrt{x-8}=2x-20+2\sqrt{x^2-8x};$

— домножение на сопряженный радикал:

ж) $\sqrt{2x^2+3x+5}+$
$+\sqrt{2x^2-3x+5}=3x;$

ж) $\left(\sqrt{x+1}+1\right)\left(\sqrt{x+10}-4\right)=x;$

з) $\dfrac{\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}=\dfrac{2}{x};$

з) $\dfrac{\sqrt{x+6}-\sqrt{6-x}}{\sqrt{x+6}+\sqrt{6-x}}=\dfrac{x}{6};$

— выделение полного квадрата:

и) $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}}+$
$+\sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}}=1;$

и) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-$
$-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=3;$

— возрастание и убывание соответствующих функций (на ОДЗ уравнения):

к*) $\sqrt{4x^2-1}=1-\sqrt{4x-1}.$

к*) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}=\dfrac{2}{x}.$

❷

Решите неравенство, используя равносильные преобразования или метод интервалов:

а) $\sqrt{x^2-3x-4}>x-2;$

а) $\sqrt{x^2+3x-4}>x+2;$

б) $\sqrt{2x^2-3x-5}<x-1;$

б) $\sqrt{x^2-x-2}<x-1;$

в) $\sqrt{x-5}+\sqrt{10-x}<3;$

в) $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+15}<5;$

г) $\dfrac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5}\ge\dfrac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4};$

г) $\dfrac{\sqrt{3-2x-x^2}}{x+8}\le\dfrac{\sqrt{3-2x-x^2}}{2x+1};$

д) $\dfrac{\sqrt{x^2-1}+1}{x}\ge 1.$

д) $\dfrac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x}\le 3.$

3

Решите систему уравнений, используя в решении указанный способ:

а) введение новых переменных:

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x+y+4}+\sqrt[3]{y+7}=4,\\ x+2y=5;\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x+2y}+\sqrt[3]{x-y+2}=3,\\ 2x+y=7;\end{cases}$$

б) умножение уравнений системы (и проверки полученных решений):

$$\begin{cases}\sqrt{\dfrac{108x}{5y}}=\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y},\\ \sqrt{\dfrac{20y}{3x}}=\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y};\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{\dfrac{16x}{5y}}=\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y},\\ \sqrt{\dfrac{20y}{x}}=\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y};\end{cases}$$

в) способ подстановки:

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=10,\\ \sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}=4.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5,\\ \sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}=1.\end{cases}$$

К-4 (КП-6). СТЕПЕНИ И КОРНИ

Вариант А1

1

Найдите значение выражения:

а) $\left(\sqrt[3]{2^2\cdot\sqrt{2}}\right)^{\frac{6}{5}}$;

б) $\dfrac{2x^{\frac{1}{2}}}{x-4}-\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2}$ при $x=9$.

Вариант А2

1

Найдите значение выражения:

а) $\left(\sqrt{3^3\cdot\sqrt[3]{3}}\right)^{\frac{3}{5}}$;

б) $\dfrac{1}{x^{\frac{1}{3}}-3}-\dfrac{6}{x^{\frac{2}{3}}-9}$ при $x=8$.

❷

Решите уравнение:

а) $\left(y^2-1\right)^{\frac{1}{3}}=2;$

б) $\sqrt{x+12}=x;$

в) $\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{1-3x}=x+5;$

г) $x^2+x+2\sqrt{x^2+x}=0.$

а) $\left(y^2-19\right)^{\frac{1}{4}}=3;$

б) $\sqrt{7-x}=x-1;$

в) $\sqrt{2-x}\cdot\sqrt{1-4x}=x+8;$

г) $x^2-3x+2\sqrt{x^2-3x}=0.$

❸

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}x+y+\sqrt{xy}=7,\\ xy=4.\end{cases}$$

$$\begin{cases}x-y-2\sqrt{xy}=2,\\ xy=9.\end{cases}$$

❹

Определите значения a, для которых при $x=1$ выполняется неравенство:

$\sqrt{a-x}\geq x.$

$\sqrt{x-a}\geq\sqrt{x+3}.$

Вариант Б1

❶

Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{\sqrt[4]{3\cdot\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[6]{9\cdot\sqrt{3}}};$

б) $\left(\dfrac{x-x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}-1}-2\sqrt[3]{x}+1\right)\cdot\dfrac{x^{\frac{1}{3}}+1}{x^{\frac{1}{3}}-1}$

при $x=8$.

❷

Решите уравнение:

а) $2x^{\frac{2}{3}}+3x^{\frac{1}{3}}-5=0;$

Вариант Б2

❶

Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{\sqrt[4]{2\cdot\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[6]{4\cdot\sqrt{2}}};$

б) $\left(1+2\sqrt[4]{x}+\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)\cdot\dfrac{x^{\frac{1}{4}}-1}{x^{\frac{1}{4}}+1}$

при $x=16$.

❷

Решите уравнение:

а) $x^{0,4}+5x^{0,2}-14=0;$

б) $\sqrt{6-4x-x^2}-x=4$;

в) $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=2$;

г) $\left(x^2-9x+14\right)\sqrt{x^2-9}=0$.

б) $\sqrt{2x^2+8x+7}-2=x$;

в) $\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=2$;

г) $\left(x^2-9\right)\sqrt{x^2-5x+4}=0$.

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}\sqrt{x+y}+\sqrt{x^2+xy}=3,\\ x+y+x^2+xy=5.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2-y^2}+\sqrt{x-y}=6,\\ x^2-y^2-x+y=12.\end{cases}$$

4

Используя метод интервалов, решите неравенство:

$$\sqrt{x^2-x}<\frac{6}{\sqrt{x^2-x}}.$$

$$\sqrt{x^2+x}>\frac{2x^2-12}{\sqrt{x^2+x}}.$$

Вариант В1

1

Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)$;

б) $\dfrac{x^{\frac{5}{3}}-x^{\frac{2}{3}}}{x+x^{\frac{2}{3}}}\cdot\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x-1}+\dfrac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}\right)$

при $x=125$.

2

Решите уравнение:

а) $\sqrt{3+\sqrt{5-x}}=\sqrt{x}$;

Вариант В2

1

а) $\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}\cdot\left(1+\sqrt{2}\right)$;

б) $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\dfrac{3x^{\frac{1}{3}}-1}{x+1}\right):$

$: \dfrac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}$

при $x=64$.

2

а) $\sqrt{1+\sqrt{3x+1}}=\sqrt{x}$;

б) $4\sqrt{3-\frac{1}{x}}-\sqrt{\frac{x}{3x-1}}=3;$

в) $\sqrt[3]{x+7}=\sqrt{x+3};$

г) $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x-16}=\sqrt[3]{x-8}.$

б) $3\sqrt{\frac{x}{x-1}}-2,5=3\sqrt{1-\frac{1}{x}};$

в) $\sqrt{x+2}=\sqrt[3]{3x+2};$

г) $\sqrt[3]{x+7}-\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{2x-1}.$

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y-2\sqrt{xy}-\sqrt{x}+\sqrt{y}=2, \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+2\sqrt{xy}+\sqrt{x}+\sqrt{y}=12, \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=1. \end{cases}$$

4

Найдите все значения a, при которых равносильны неравенства:

$(x-a)\sqrt{x-2}>0$ и $x>a$.

$(x-2)\sqrt{x-a}>0$ и $x>2$.

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

С-34. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

а) $3^{x^2-x}=9$;

б) $2^{x-1}+2^{x+2}=36$;

в) $25^x+10\cdot 5^{x-1}-3=0$;

г) $2^x\cdot 5^{x+2}=2500$.

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}2^x+2^y=6,\\ 3\cdot 2^x-2^y=10.\end{cases}$$

Вариант А2

а) $2^{x^2-3x}=\dfrac{1}{4}$;

б) $5^x-5^{x-2}=600$;

в) $9^x+3^{x+1}-4=0$;

г) $7^{x+1}\cdot 2^x=98$.

$$\begin{cases}3^x-3^y=6,\\ 2\cdot 3^x+3^y=21.\end{cases}$$

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

а) $\left(2^{x+4}\right)^{x-3}=0,5^x\cdot 4^{x-4}$;

б) $3^{x-1}+3^x+3^{x+1}=13\cdot 3^{x^2-7}$;

в) $\dfrac{5^x-4}{5}=\dfrac{3-5^{x-1}}{2\cdot 5^x}$;

г) $2^{x^2+2x}\cdot 3^{x^2+2x}=216^{x+2}$.

Вариант Б2

а) $\left(3^{x-3}\right)^{x+4}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{3x-1}\cdot 9^{x+1}$;

б) $2^{x+2}+2^{x+3}+2^{x+4}=7\cdot 2^{x^2}$;

в) $\dfrac{7^x-1}{3}=\dfrac{7^{x+1}+49}{7^{x+1}}$;

г) $2^{x^2-2x}\cdot 5^{x^2-2x}=1000^{2-x}$.

❷

Решите систему уравнений:

$\begin{cases} 4^x - 4^y = 15, \\ x + y = 2. \end{cases}$

$\begin{cases} 5^x + 5^y = 30, \\ x + y = 3. \end{cases}$

Вариант В1

❶

Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{3^{x+1}} = \left(\sqrt[4]{9^{x-2}}\right)^{x+1}$;

б) $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$;

в) $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$;

г) $6^{2x+4} = 2^{x+8} \cdot 3^{3x}$.

❷

Решите систему уравнений:

$\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 75, \\ 3^y \cdot 5^x = 45. \end{cases}$

Вариант В2

а) $\sqrt[3]{2^{x-2}} = \left(\sqrt[4]{4^{x+3}}\right)^{x-2}$;

б) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 12^{x-1} + 12^x$;

в) $5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24$;

г) $20^{3x+2} = 4^{x+12} \cdot 5^{5x-8}$.

$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12, \\ 2^y \cdot 3^x = 18. \end{cases}$

С-35. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Вариант А1

❶

Решите неравенство:

а) $5^{1-2x} > \frac{1}{125}$;

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+3x} \le 16$;

Вариант А2

а) $7^{3-x} < \frac{1}{49}$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x^2-3x} \ge 5$;

в) $3^x - 3^{x-3} > 26$;
г) $4^x - 2^x \geq 2$.

в) $2^{x+2} + 2^{x+5} < 9$;
г) $9^x - 3^x \leq 6$.

❷

Решите графически неравенство:

$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2$.

$2^x \geq \frac{1}{2}$.

Вариант Б1

❶

Решите неравенство:

а) $(1,5)^{\frac{x^2+x-20}{x}} \leq 1$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-1} > 9^{x-1}$;

в) $3^{x^2+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2} > 162$;

г) $5^x + 5^{1-x} \geq 6$.

❷

Решите графически неравенство и обоснуйте правильность полученного решения, опираясь на возрастание и убывание соответствующих функций:

$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 2^x$.

Вариант Б2

а) $(3,2)^{\frac{x^2+2x-3}{x}} \geq 1$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-2} < 4^{x-1}$;

в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2} + 2^{x^2+3} < 18$;

г) $4^{1-x} + 4^x \geq 5$.

$3^x < (0,5)^x$.

Вариант В1

❶

Решите неравенство:

а) $\frac{2^{x^2-x-2} - 1}{x^2 - x - 2} \geq 0$;

Вариант В2

а) $\frac{1 - 3^{x^2+2x-3}}{x^2 + 2x - 3} \leq 0$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-7} - 5 \cdot 0,2^x < 0;$

б) $(0,25)^{x^2-4} - 16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x > 0;$

в) $5^x \cdot 2^{1-x} + 5^{x+1} \cdot 2^{-x} > 7 \cdot (0,4)^{-\frac{1}{x}};$

в) $4^{x+2} \cdot 3^{-x} - 4^x \cdot 3^{2-x} < 7 \cdot (0,75)^{-\frac{4}{x}};$

г) $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} \le 0.$

г) $25^{x+0,5} - 7 \cdot 10^x + 2^{2x+1} \ge 0.$

❷

Решите графически неравенство и обоснуйте правильность полученного решения, опираясь на свойства соответствующих функций:

$2^{|x|} < -\frac{2}{x}.$

$3^{|x|} < \frac{3}{x}.$

С-36*. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1 / **Вариант 2**

❶

Решите показательное уравнение, используя в решении указанный способ:

— разложение на множители:

а) $6^x + 6 \cdot 25^x - 6 = 5^x \cdot 30^x;$

а) $7^x \cdot 14^x + 8 = 2^x + 8 \cdot 49^x;$

б) $x^2 \cdot 2^{\sqrt{-x}} + 4 = 2^{\sqrt{-x}} + 4x^2;$

б) $x^2 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 9x^2 = 4 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 36;$

— введение новой переменной:

в) $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0;$

в) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6;$

г) $3^{2x+1}+3^{1-2x}-7\left(3^x+3^{-x}\right)=4;$

г) $5^{2x+1}+5^{1-2x}-$
$-31\left(5^x+5^{-x}\right)+36=0;$

д) $7^{\cos^2 x}+7^{\sin^2 x}=8;$

д) $81^{\sin^2 x}+81^{\cos^2 x}=30;$

е) $4^{\mathrm{tg}^2 x}+8=3\cdot 2^{\frac{1}{\cos^2 x}};$

е) $3^{\cos 2x}=3^{1+\cos^2 x}-6;$

ж) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=10;$

ж) $\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^x-\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^x=$
$=4\sqrt{2};$

— применение свойств прогрессий:

з) $2\cdot 2^3\cdot 2^5\cdot\ldots\cdot 2^{2x-1}=512;$

з) $5^2\cdot 5^4\cdot 5^6\cdot\ldots\cdot 5^{2x}=0,04^{-28};$

и) $5^{\sin x}\cdot 5^{\sin^2 x}\cdot 5^{\sin^3 x}\cdot\ldots=5;$

и) $4^{\cos x}\cdot 4^{\cos^2 x}\cdot 4^{\cos^3 x}\cdot\ldots=4;$

— деление на выражение, содержащее показательную функцию:

к) $3^x+4^x=5^x;$

к) $2^x+7^x=9^x;$

л) $6\sqrt[x]{9}-13\sqrt[x]{6}+6\sqrt[x]{4}=0.$

л) $3\sqrt[x]{16}+\sqrt[x]{36}-2\sqrt[x]{81}=0.$

❷

Решите показательное неравенство:

а) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\sqrt{x^2-3}}+3<28\cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1};$

а) $(0,25)^{2-\sqrt{5x+1}}-4\cdot 2^{\sqrt{5x+1}}\le 0;$

б) $2^{x+3}-5^x<7\cdot 2^{x-2}-3\cdot 5^{x-1};$

б) $3^{x+2}+7^x>4\cdot 7^{x-1}+34\cdot 3^{x-1};$

в) $x^2\cdot 2^x+4\ge x^2+2^{x+2};$

в) $x^2\cdot 3^x-3^{x+4}\le x^2-81;$

г) $\sqrt{9^x-3^{x+2}}>3^x-9;$

г) $\sqrt{9^x+3^x-2}>3^x-9;$

д) $\left(\sqrt{2}+1\right)^{\frac{6x-6}{x+1}}\le\left(\sqrt{2}-1\right)^{-x}.$

д) $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\ge\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}.$

К-5 (КП-7). ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3-2x} = 125;$

б) $3^{x+3} - 3^x = 78;$

в) $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0.$

2

Решите неравенство:

а) $(0,4)^{9-x^2} \le 1;$

б) $2^x \cdot 5^x < 10^{x^2} \cdot 0,01;$

в) $3^{x^2-x} \le \left(5^{x-1}\right)^x.$

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 12, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

4

Найдите

наибольшее значение функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}$.

При каких значениях x оно достигается?

Вариант А2

1

Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x} = 9;$

б) $5^{x+2} + 5^x = 130;$

в) $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0.$

2

Решите неравенство:

а) $(0,8)^{2x-x^2} \ge 1;$

б) $2^x \cdot 3^x > 6^{2x^2} \cdot \frac{1}{6};$

в) $7^{x^2+4x} \ge \left(2^x\right)^{x+4}.$

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

4

Найдите

наименьшее значение функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}$.

При каких значениях x оно достигается?

Вариант Б1

❶

Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{4}\cdot 8^x\right)^{3x+2} = \frac{1}{32^x}$;

б) $9^x + 3^{2x+1} = 4^{x+1}$;

в) $5\cdot 4^x + 3\cdot 10^x = 2\cdot 25^x$.

❷

Решите неравенство:

а) $\left(\cos\frac{\pi}{10}\right)^{x^2+x} < 1-\sin^2\frac{\pi}{10}$;

б) $3^{x^2-2x+2} - 3^{x^2-2x} \le 8\cdot 27^{4-x}$;

в) $2^{4x} - 5\cdot 4^x \ge -4$.

❸

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^{2x} - (0,25)^y = 5, \\ 3^x + (0,5)^y = 5. \end{cases}$$

❹

Найдите области значений функций

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x+1}$ и $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x} + 1$.

Определите, у какой из данных функций областью значений является промежуток большей длины.

Вариант Б2

❶

а) $\left(\frac{1}{27}\cdot 9^x\right)^{2x+3} = \frac{1}{3^{9x}}$;

б) $5^{2x+1} - 25^x = 4^{x+1}$;

в) $3\cdot 4^x + 6^x = 2\cdot 9^x$.

❷

а) $(\sin 3)^{x^2-x} > 1-\cos^2 3$;

б) $7^{x^2+x+1} - 7^{x^2+x} \ge 6\cdot 49^{x+10}$;

в) $9^x + 3 \le 4\cdot 3^x$.

❸

$$\begin{cases} (0,2)^x - 2^{0,5y} = 3, \\ (0,04)^x - 2^y = 21. \end{cases}$$

❹

$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sin x}$ и $y = 3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}$.

Вариант В1

1

Решите уравнение:

а) $\left(4^{x+2}\right)^{x} \cdot \sqrt[3]{32^{x-1}} = 64;$

б) $3^{2x-1} + 11^{2x-1} = 121^{x} - 3^{2x+1};$

в) $5^{\sin^2 x} - 5^{\cos^2 x} = 4.$

2

Решите неравенство:

а) $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{\frac{x^2-x-6}{x^2-9}} > \arccos\dfrac{1}{\sqrt{2}};$

б) $2^{x^2+x-1} \cdot 3^{x^2+x+1} \le 1,5 \cdot 216^{x+1};$

в) $\left(\sqrt{5}-2\right)^{x+1} \ge 2\left(\sqrt{5}+2\right)^{x+1} - 1.$

3

Решите систему:

$$\begin{cases} 4 \cdot 8^{x} - 9 \cdot 18^{x} = 4 \cdot 12^{x} - 9 \cdot 27^{x}, \\ (0,25)^{|x+1|} \ge 0,5. \end{cases}$$

4

Среди нулей функции

$y = 3^{\sin\frac{\pi x}{2}} - 3$

найдите значения, в которых функция

$f(x) = (0,2)^{\sqrt{15+2x-x^2}}$ принимает наибольшее значение.

Вариант В2

1

а) $\left(9^{x}\right)^{x+1} \cdot \sqrt{27^{x-3}} = 3;$

б) $2^{2x} + 6^{2x} = 6^{2x+1} - 4^{x+1};$

в) $2^{\cos 2x} - 2^{2\sin^2 x} = 1.$

2

а) $\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{\frac{x^2-x-2}{x^2-4}} < \arcsin 1;$

б) $3^{x^2-2x+1} \cdot 5^{x^2-2x-1} \ge 0,6 \cdot 225^{x+6};$

в) $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x-1} \le 3\left(2+\sqrt{3}\right)^{x-1} - 2.$

3

$$\begin{cases} 2 \cdot 27^{x} - 3 \cdot 18^{x} = 2 \cdot 12^{x} - 3 \cdot 8^{x}, \\ 9^{|x-1|} \le 3. \end{cases}$$

4

$y = (0,5)^{\cos\frac{\pi x}{4}} - 1$

$f(x) = 2^{\sqrt{8+2x-x^2}}$ принимает наименьшее значение.

С-37. ЛОГАРИФМ. СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $\log_3 27 - \log_{\frac{1}{7}} 7$;

б) $2^{1+\log_2 5}$;

в) $\lg 4 + 2\lg 5$;

г) $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$.

2

Найдите значение x, если:

а) $3^x = 7$;

б) $\log_4 x = \log_{0,5} \sqrt{2}$.

3

С помощью логарифмических тождеств упростите выражения ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$):

а) $\dfrac{\lg b}{\lg a} + \dfrac{2}{\log_b a} - \log_a b^3$;

б) $a^{2\log_a b} - (\log_a a^b)^2$.

4

Сравните числа:

а) $\log_3 10$ и $\lg 3$;

б) $\log_2 \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{8} + \log_2 \operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{8}$ и 0.

Вариант А2

1

а) $\log_2 16 + \log_{\frac{1}{3}} 9$;

б) $5^{\log_5 10-1}$;

в) $\log_6 9 + 2\log_6 2$;

г) $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$.

2

а) $2^x = 11$;

б) $\log_{0,2} x = \log_{\sqrt{5}} 5$.

3

а) $\dfrac{3}{\log_a b} - \log_b a^2 - \dfrac{\log_3 a}{\log_3 b}$;

б) $\log_b b^a - b^{2\log_b \sqrt{a}}$.

4

а) $\log_2 7$ и $\log_7 2$;

б) $\lg\sin\dfrac{\pi}{4} - \lg\cos\dfrac{\pi}{4}$ и 0.

Вариант Б1

1

Вычислите:

а) $\log_5 \dfrac{1}{25} + \log_{\sqrt{3}} 27$;

б) $\log_{1,5} \log_4 8$;

в) $4^{\log_2 3 + 0,5\log_2 9}$;

г) $10^{\lg\frac{1}{5} - \lg 2}$.

2

Найдите значение x, если:

а) $2^{2x-4} = 9$;

б) $\log_4 x = \log_{\sqrt{2}} 6^{\frac{1}{\log_2 6}}$.

3

Сравните числа:

а) $\log_3 10$ и $\log_8 62$;

б) $\log_2 9 \cdot \log_3 4$ и $\dfrac{\lg \frac{1}{16\sqrt{2}}}{\lg \sin \frac{\pi}{6}}$.

4

Найдите значение выражения:

а) $\lg \operatorname{tg} 31^\circ + \lg \operatorname{tg} 59^\circ$;

б) $\dfrac{\log_3^2 6 - \log_3^2 2}{\log_3 12}$.

Вариант Б2

1

а) $\log_{0,5} 4 + \log_{\sqrt{5}} 25$;

б) $\log_{0,75} \log_{27} 81$;

в) $100^{2\lg 2 + \lg 3}$;

г) $3^{\log_3 2 - \log_3 \frac{1}{6}}$.

2

а) $5^{3x+6} = 27$;

б) $\log_{\sqrt{5}} x = \log_{\frac{1}{5}} 2^{\frac{1}{\log_5 2}}$.

3

а) $\log_2 9$ и $\lg 900$;

б) $\log_2 25 \cdot \log_5 \sqrt{2}$ и $\dfrac{\log_3 0,75}{\log_3 \sin \frac{\pi}{3}}$.

4

а) $\lg \operatorname{ctg} 42^\circ + \lg \operatorname{ctg} 48^\circ$;

б) $\dfrac{\log_5^2 10 - \log_5^2 2}{\log_5 20}$.

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $10\log_9 \sqrt[5]{27} + \log_6 \log_5 \sqrt[3]{\sqrt{5}}$;

б) $12^{\frac{1}{1+\log_3 4}}$;

в) $\log_2 \sin\frac{\pi}{8} + \log_2 2\cos\frac{\pi}{8}$;

г) $\log_{\sqrt{7}} 2 \cdot \log_4 5 \cdot \log_{125} 49$.

2

Найдите *x*, если:

а) $4^{2x} - 2^{2x+4} + 15 = 0$;

б) $\log_2 x = \dfrac{\lg 5}{\lg 0,5} + \log_4 225$.

3

Найдите значение выражения:

а) $3^{\log_4 5} - 5^{\log_4 3}$;

б) $\lg 5 \cdot \lg 20 + \lg^2 2$.

4

Выразите:

а) $\log_6 9$, если $\log_6 2 = a$;

б) $\lg 56$, если $\lg 2 = a$ и $\log_2 7 = b$.

Вариант В2

а) $\log_6 \log_7 \sqrt[4]{\sqrt[3]{49}} + 9\log_8 \sqrt[3]{16}$;

б) $18^{\frac{1}{1+\log_9 2}}$;

в) $\log_2 \operatorname{tg}\frac{\pi}{12} + \log_2 2\cos^2\frac{\pi}{12}$;

г) $\log_{\sqrt{3}} 5 \cdot \log_{25} 6 \cdot \log_6 27$.

а) $9^{2x} - 3^{2x+2} + 14 = 0$;

б) $\lg x = \dfrac{\log_7 18}{\log_7 0,1} + \log_{\sqrt{10}} 6$.

а) $2^{\lg 7} - 7^{\lg 2}$;

б) $\log_{15}^2 3 + \log_{15} 5 \cdot \log_{15} 45$.

а) $\lg 25$, если $\lg 2 = a$;

б) $\log_5 54$, если $\log_5 3 = a$ и $\log_3 2 = b$.

С-38. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

а) $\log_4(x^2 - 15x) = 2;$

б) $\lg(x^2 - 9) = \lg(4x + 3);$

в) $2\log_2(-x) = 1 + \log_2(x + 4);$

г) $\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0.$

2

Решите систему:

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 2; \\ x^2 + y^2 = 425. \end{cases}$$

Вариант А2

а) $\log_2(x^2 - 2x) = 3;$

б) $\lg(2x^2 + 3x) = \lg(6x + 2);$

в) $2\log_3(-x) = 1 + \log_3(x + 6);$

г) $\log_4^2 x - 2\log_4 x - 3 = 0.$

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1; \\ x^2 - y^2 = 27. \end{cases}$$

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

а) $\log_3(x + 3) = \log_3(x^2 + 2x - 3);$

б) $\log_2(2x - 1) - 2 =$
$= \log_2(x + 2) - \log_2(x + 1);$

в) $\dfrac{\log_5(2x^2 - x)}{\log_4(2x + 2)} = 0;$

г) $\log_{2x}(x^2 + x - 2) = 1.$

2

Решите систему:

$$\begin{cases} \log_x y + 2\log_y x = 3; \\ x + y = 12. \end{cases}$$

Вариант Б2

а) $\log_2(2x - 4) = \log_2(x^2 - 3x + 2);$

б) $\log_3(3x - 1) - 1 =$
$= \log_3(x + 3) - \log_3(x + 1);$

в) $\dfrac{\log_4(2x^2 + x)}{\log_5(2 - 2x)} = 0;$

г) $\log_{-2x}(2x^2 - x - 1) = 1.$

$$\begin{cases} 2\log_x y + \log_y x = 3; \\ x + y = 6. \end{cases}$$

Вариант В1

1

Решите уравнение:

а) $\log_{x-1}(2x^2 - 5x - 3) = 2$;

б) $\lg(x-2) - \frac{1}{2}\lg(3x-6) = \lg 2$;

в) $\log_3^2(9x) + \log_3^2(3x) = 1$;

г) $\log_2(9 - 2^x) = 3^{\log_3(3-x)}$.

2

Решите систему:

$$\begin{cases} 1 + \log_2 x + \log_2 y = \log_2(x^2 + y^2 - 4), \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 3. \end{cases}$$

Вариант В2

а) $\log_{x+1}(2x^2 + 5x - 3) = 2$;

б) $\lg 5 - 1 = \lg(x-3) - \frac{1}{2}\lg(3x+1)$;

в) $\log_2^2(4x) + \log_2^2(2x) = 1$;

г) $\log_6(5 + 6^{-x}) = 10^{\lg(x+1)}$.

$$\begin{cases} \log_2(4-y) + \log_2(4+y) = \log_2 x + \log_2(x+2y), \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 3. \end{cases}$$

С-39. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Вариант А1

1

Решите неравенство:

а) $\log_2(8-x) < 1$;

б) $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) \ge \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$;

в) $\log_2 x + \log_2(x-1) \le 1$.

Вариант А2

а) $\log_3(x-2) < 2$;

б) $\log_{0,5}(2x-4) \ge \log_{0,5}(x+1)$;

в) $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \le 1$.

2

С помощью метода интервалов определите, при каких значениях x функция

$y = (2 - x)\lg x$ | $y = (x - 3)\lg(x + 1)$

принимает положительные значения.

Вариант Б1

Вариант Б2

1

Решите неравенство:

Вариант Б1:

а) $\log_2(x^2 - 3x) < 2$;

б) $\log_{0,3}(2x^2 - 9x + 4) \geq$
$\geq 2\log_{0,3}(x + 2)$;

в) $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 > 0$.

Вариант Б2:

а) $\log_3(x^2 + 2x) < 1$;

б) $\log_{0,5}(2x^2 + 3x + 1) \leq$
$\leq 2\log_{0,5}(x - 1)$;

в) $\log_2^2 x + 2\log_2 x - 3 > 0$.

2

Найдите область определения функции

Вариант Б1: $y = \sqrt{(4 - x^2)\log_{\frac{1}{2}}(x + 5)}$.

Вариант Б2: $y = \sqrt{(x^2 - 1)\log_{\frac{1}{3}}(3 - x)}$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Решите неравенство:

Вариант В1:

а) $\log_{\frac{1}{2}} \log_5(x^2 - 4) > 0$;

б) $2\log_2(x - 2) + \log_{0,5}(x - 3) > 2$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} x \geq \log_x 3 - 2,5$.

Вариант В2:

а) $\log_{\frac{1}{3}} \log_4(x^2 - 5) > 0$;

б) $2\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) +$
$+ \log_2(x^2 - 2x - 1) < 1$;

в) $2\log_5 x - \log_x 125 \leq 1$.

2

Найдите область определения функции

$y = \lg\left(\dfrac{\log_2 x^2}{\lg(x+3)}\right)$.

$y = \log_2\left(\dfrac{\lg(x+4)}{\log_2 x^4}\right)$.

С-40*. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И СИСТЕМ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Решите уравнения, используя указанные способы:

— преобразование и потенцирование уравнения:

а) $\log_3 \log_8 \log_2(x-5) = \log_3 2 - 1$;

б) $\lg(3^x + x - 12) = x\lg 30 - x$;

в) $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$;

— введение новой переменной:

г) $\log_2^2(2-x) - \log_2(x-2)^2 + 3\log_2|x-2| = 2$;

д) $\lg(10x)\cdot\lg(0,1x) = \lg x^3 - 3$;

е) $\log_{2\operatorname{tg} x}(2\operatorname{ctg} x) + \log_{2\operatorname{ctg} x}(2\operatorname{tg} x) = 2$;

Вариант 2

а) $\log_4 \log_2 \log_{\sqrt{5}}(x+1) = 3^{\log_{\frac{1}{9}} 4}$;

б) $\lg(2^x + x - 9) = x - x\lg 5$;

в) $2\log_2 \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} \log_2(2\sqrt{2}x) = 1$;

г) $\log_{0,5}^2(1-x) - \log_{0,5}(x-1)^2 + \log_{0,5}|x-1| = 2$;

д) $\log_2(\frac{1}{4}x)\cdot\log_2(4x) = \log_2 x^2 - 1$;

е) $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$;

ж) $\log_{\frac{x}{2}} x^2 - 14\log_{16x} x^3 + 40\log_{4x}\sqrt{x} = 0;$

з) * $\log_2^2 x + (x-1)\log_2 x = 6 - 2x;$

и) * $\lg(x^3 + x) = \log_2 x.$

ж) $5\log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + 8\log_{9x^2} x^2 = 2;$

з) * $(x+1)\log_3^2 x + 4x\log_3 x - 16 = 0;$

и) * $\log_5(1+\sqrt{x}) = \log_{16} x.$

❷

Решите неравенство:

а) $\log_{0,5}\log_6 \dfrac{x^2+x}{x+4} \le 0;$

б) $\dfrac{\log_2(3\cdot 2^{x-1}-1)}{x} \ge 0;$

в) $x^{2-4\log_2 x+\log_2^2 x} < \dfrac{1}{x};$

г) $(2^x + 3\cdot 2^{-x})^{2\log_2 x-\log_2(x+6)} > 1;$

д) $\log_{x-2}(x^2 - 8x + 15) > 0;$

е) $\log_x \log_9(3^x - 9) \le 1;$

ж) $\sqrt{\log_9(3x^2-4x+2)} > \log_3(3x^2-4x+2) - 1;$

з) * $16^{-0,5+\log_4^2 x} + \dfrac{11}{16} \ge x^{\log_2\sqrt{x}}.$

а) $\log_{\frac{1}{2}}\log_8 \dfrac{x^2-1}{x-2} \le 0;$

б) $\dfrac{x-1}{\log_3(9-3^x)-3} \ge 0;$

в) $x^{\lg^2 x-2\lg x-1} < x^2;$

г) $(4\cdot 3^x + 3^{-x})^{2\log_3(x-1)-\log_3(2x+1)} > 1;$

д) $\log_{2x+4}(x^2 - x) > 1;$

е) $\log_x \log_2(4^x - 12) \le 1;$

ж) $\sqrt{1+\log_2(7x^2+14x+8)} < 1 + \log_8(7x^2+14x+8);$

з) * $(\sqrt{3})^{2+\log^2_{\sqrt{3}} x} - 1,5 \le x^{\log_3 x^4}.$

❸

Решите систему:

а) $\begin{cases} x^{\log_2 y} = 3, \\ xy = 6; \end{cases}$

а) $\begin{cases} y^{\log_5 x} = 64, \\ xy = 500; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^y = \dfrac{1}{\sqrt{1000}}, \\ \dfrac{1}{y}\lg x = -6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \log_x(xy) = \log_y x^2, \\ y^{2\log_y x} = 4y - 3. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y^x = 100, \\ \dfrac{1}{x}\lg y = 0,5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \log_y \dfrac{x}{y} = \log_x y^2, \\ x^{-2\log_x y} = 5x - 4. \end{cases}$

К-6 (КП-8). ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $3\log_2 \dfrac{1}{8} + 10^{\lg 2 + \lg 5}$;

б) $2\log_3 6 - \log_3 12$.

2

Решите уравнение:

а) $\log_{0,5}(x^2 + x) = -1$;

б) $2\log_3 x = \log_3(2x^2 - x)$.

3

Решите неравенство:

а) $\log_7(2 - x) \le \log_7(3x + 6)$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) - 1$.

Вариант А2

1

Вычислите:

а) $2\log_3 \dfrac{1}{27} + 6^{\log_6 72 - \log_6 2}$;

б) $3\lg 5 + \lg 8$.

2

Решите уравнение:

а) $\log_{0,1}(x^2 - 3x) = -1$;

б) $2\log_5(-x) = \log_5(x + 2)$.

3

Решите неравенство:

а) $\log_{0,2}(3x - 1) \ge \log_{0,2}(3 - x)$;

б) $\log_3(x^2 - 1) < \log_3(x + 1) + 1$.

4

Решите систему:

$$\begin{cases}\log_3(x+y)=2,\\ 9^{\log_3\sqrt{x-y}}=5.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\log_2(x-y)=3,\\ 4^{\log_2\sqrt{x+y}}=10.\end{cases}$$

5

Найдите значения x, при которых функция

$f(x)=x^{\log_2 x+2}$ **принимает значение,** равное 8.

$f(x)=x^{\log_3 x-2}$ **принимает значение,** равное 27.

Вариант Б1

1

Вычислите:

а) $\log_{0,6}(\log_8 32)+49^{\log_{\sqrt{7}}\sqrt{2}}$;

б) $\dfrac{\lg 900-2}{2\lg 0,5+\lg 12}$.

2

Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}}(x+3)-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$;

б) $\log_2^2 x^2+6\log_{0,25} x-1=0$.

3

Решите неравенство:

а) $\log_2(x^2-3x+2)\le 1+\log_2(x-2)$;

Вариант Б2

1

а) $\log_{1,2}(\log_{64} 32)+9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt{5}}$;

б) $\dfrac{2\lg 0,2+\lg 200}{\lg 20-1}$.

2

а) $\log_{0,2}(x+1)=\log_{0,2}(8-x)-\log_{0,2} x$;

б) $\log_3^2 x^3-20\log_9 x+1=0$.

3

а) $\log_6(x^2+10x+24)\le 1+\log_6(x+6)$;

б) $2\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x^2 > 4$.

б) $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x^2 > 3$.

4

Решите систему:

$$\begin{cases} 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20, \\ \lg(x^2 - y^2) - \lg(x - y) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{1+\log_3(x^2-y^2)} = 15, \\ \log_2(x^2 - y^2) - \log_2(x + y) = 0. \end{cases}$$

5

Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций

$f(x) = x^{\log_3 x}$ и $g(x) = \dfrac{1}{27}x^4$.

$f(x) = x^{\log_2 x}$ и $g(x) = \dfrac{8}{x^2}$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Вычислите:

В1:

а) $3^{\frac{2}{\log_5 3}} + \dfrac{\log_2 \frac{1}{3}}{\log_4 81}$;

б) $\log_{\sqrt{2}}(\log_2 3 \cdot \log_3 4)$.

В2:

а) $5^{-\frac{1}{\log_{0,5} 5}} + \dfrac{\log_3 \frac{1}{2}}{\log_9 16}$;

б) $\log_{\sqrt{3}}(\log_{27} 2 \cdot \log_2 3)$.

2

Решите уравнение:

В1:

а) $\log_2(x-2)\cdot\log_3 2 + \log_3(x+3) = 1 + \lg(x-1)\log_3 10$;

б) $\log_x\left(9x^2\right)\log_3^2 x = 4$.

В2:

а) $\log_3(x-3)\cdot\log_2 3 + \log_2(x+2) = 1 + \log_5(x-1)\log_2 5$;

б) $\log_x\left(125x\right)\log_{25}^2 x = 1$.

3

Решите неравенство:

а) $\log_x(x+2) > 2$;

б) $\log_5(\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x^2 - 3) \geq 1$.

а) $\log_x(6-x) > 2$;

б) $\log_2(\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 2) \geq 2$.

4

Решите систему:

$$\begin{cases} 3^{\log_3 y} - \log_3 x = 1, \\ x^y = 3^{12}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5 x + 5^{\log_5 y} = 7, \\ x^y = 5^{12}. \end{cases}$$

5

Решите уравнение:

$\log_2(x^2 - x - 2) = 1 + \log_2(x-2)\log_2(x+1)$.

$\log_3(x^2 - 2x - 3) = 1 + \log_3(x+1)\log_3(x-3)$.

С-41. ПОКАЗАТЕЛЬНО-СТЕПЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Вариант 1

1

Решите уравнение:

а) $(x+1)^{x^2-x} = (x+1)^2$;

б) $(x^2 - 4x + 3)^{x^2-1} = 1$;

в) $|x-3|^{3-x} = |3-x|^{x-3}$;

г) $(x^2-4)^x = (3x+6)^x$.

2

Решите неравенство:

а) $x^{4x^2} < x, \quad x > 0$;

Вариант 2

1

а) $(x-1)^{x^2+x} = (x-1)^6$;

б) $(x^2 + 2x - 8)^{x^2-4} = 1$;

в) $|x-2|^{x-2} = |2-x|^{2-x}$;

г) $(x^2-1)^x = (2x+2)^x$.

2

а) $x^{x^2} > x^{0,5x}, \quad x > 0$;

б) $|x+5|^{x^2-4x+3} > 1$;

в) $\left(x^2+x+1\right)^{2x^2+5x+2} \le 1$;

г) $\left(1+x^2\right)^{x-1} + 1 \ge 2\left(1+x^2\right)^{1-x}$.

б) $|x+3|^{x^2-5x+4} < 1$;

в) $\left(4x^2+2x+1\right)^{x^2-x} \ge 1$;

г) $\left(2x^2+1\right)^{2-x} + 4 \ge$
$\ge 5\left(2x^2+1\right)^{x-2}$.

3

Решите систему:

а) $\begin{cases} \left(x^2+2x-7\right)^{x^2+2x-15} = 1, \\ |x+1|^{x+6} > |x+1|; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^{y^2-7y+10} = 1, \\ x+y=5. \end{cases}$

а) $\begin{cases} \left(x^2-3x-9\right)^{x^2-5x-6} = 1, \\ |x-1|^{x-1} > |x-1|; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y^{x^2-8x+15} = 1, \\ x-y=3. \end{cases}$

С-42*. ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГАРИФМОВ К РЕШЕНИЮ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Решите показательное уравнение:

а) $3^{x^2+4x} = \frac{1}{25}$;

б) $2\cdot 25^x - 5\cdot 10^x + 2\cdot 4^x = 0$;

в) $5^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 100$.

2

Используя метод логарифмирования, решите уравнение:

а) $x^{\log_2 x} = 64x$;

Вариант 2

1

а) $5^{x^2-2x} = 128$;

б) $16^x - 5\cdot 36^x + 4\cdot 81^x = 0$;

в) $3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 36$.

2

а) $x^{\log_3 x} = 9x$;

б) $x^{2\lg^3 x-3\lg x}=0,1;$

в) $\frac{1}{4}x^{\log_4 x}=2^{\frac{1}{4}\log_2^2 x};$

г) $3^{\log_3^2 x}+x^{\log_3 x}=6.$

б) $x^{9\lg^3 x-11\lg x}=0,01;$

в) $27x^{\log_{27} x}=9^{\log_{27} x^5};$

г) $2\cdot 6^{\log_6^2 x}-x^{\log_6 x}=6.$

❸

Решите систему:

а) $\begin{cases} x^{2y^2-1}=3, \\ x^{y^2+2}=27; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x=2+\log_3 y, \\ y^x=3^8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^{\log_8 y}+y^{\log_8 x}=4, \\ \log_4 x-\log_4 y=1. \end{cases}$

а) $\begin{cases} y^{x^2+1}=100, \\ y^{3x^2-2}=10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y=1+\log_4 x, \\ x^y=4^6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^{\log_5 y}+y^{\log_5 x}=50, \\ \log_5 y-\log_5 x=1. \end{cases}$

❹*

Используя свойства соответствующих функций, решите уравнение:

а) $3^x=10-\log_2 x;$

б) $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=$
$=2x^2-4x+1.$

а) $2^x=18-\log_2 x;$

б) $-3x^2+6x-2=$
$=\log_2(x^2+1)-\log_2 x.$

С-43. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ. ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Решите уравнение:

а) $3^{|x|} = \cos 3x$;

б) $\left(\frac{3}{7}\right)^x + \left(\frac{4}{7}\right)^x = 1$;

в) $9^x - (10 - x)3^x + 9 - 9x = 0$.

а) $2^{x^4} = 2\cos 4x$;

б) $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$;

в) $4^x - (10 - x)2^x + 24 - 4x = 0$.

❷

При каких значениях параметра *a* уравнение имеет единственный корень:

$\log_2^2 x - (a+1)\log_2 x + 3a - 6 = 0$?

$\log_3^2 x - (a-4)\log_2 x - a + 3 = 0$?

Вариант В1

Вариант В2

❶

Решите уравнение:

а) $\log_2(x+1) + \log_2^{-1}(x+1) = 2\cos x$;

б) $\log_5(x+1) = \log_{\frac{1}{4}} x + 2$;

в) $\log_3^2 x - 2x = (3 - x)\log_3 x - 2$.

а) $\log_2\left(x + x^{-1}\right) = \sqrt{2x - x^2}$;

б) $\log_2 x^2 = 6 - x^2$;

в) $x^2 + (x-3)\log_2 x = 5x - 6$.

❷

При каких значениях параметра *a* уравнение имеет точно два различных корня:

$\left(\sqrt{x} - a\right)\left(2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4\right) = 0$?

$\left(\sqrt{x} - a\right)\left(3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9\right) = 0$?

(КП-9) ПОКАЗАТЕЛЬНО-СТЕПЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Вариант Б1	**Вариант Б2**

❶

Решите показательно-степенное уравнение:

Вариант Б1	Вариант Б2
а) $(x+2)^{\log_{x+2}(x+3)} = x^2 - x$;	а) $(x-1)^{\log_{x-1}(x^2-2x)} = x+4$;
б) $x^{\log_2 x} + 2 = 4x$.	б) $x^{\log_3 x} + 2 = 3x$.

❷

Решите показательно-степенное неравенство при $x > 0$:

Вариант Б1	Вариант Б2
$x^{x^2} - 3x > x^x + 5$.	$x^{x2} - x < x^{4x-6}$.

❸

Решите уравнение:

Вариант Б1	Вариант Б2
а) $5^{2-\sqrt{2-x}} + 12^x = 13^{2+\sqrt{x-2}}$;	а) $6^x + 3^{\sqrt{x+1}-1} = 2^{x+\sqrt{-x-1}}$;
б) $2^{5-x} = x + 15$.	б) $2^x + {}^2 = 9 - x$.

❹*

Решите систему:

Вариант Б1	Вариант Б2
$\begin{cases} x^{x+y} = x^4y^2, \\ y^{x+y} = x^2y^4. \end{cases}$	$\begin{cases} x^{x-y} = x^3y, \\ y^{x-y} = xy^3. \end{cases}$

❺*

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет единственное решение:

Вариант Б1	Вариант Б2
$4^x - (a+4)2^x + 4a = 0$.	$9^x + (a-3)3^x - 3a = 0$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Решите показательно-степенное уравнение:

В1:

а) $|x-3|^{x^2-3x} = |3-x|^{3-x}$;

б) $x^{4\log_2^3 x - 5\log_2 x} = 0,5$.

В2:

а) $|2-x|^{x^2-2x} = |x-2|^{2-x}$;

б) $x^{\log_3^3 x + 2\log_3 x} = 27$.

2

Решите показательно-степенное неравенство:

В1:

$\left(2x^2 - x + 1\right)^{3x^2-2x} \ge \left(2x^2 - x + 1\right)^{2x-1}$.

В2:

$\left(2x^2 + x + 1\right)^{x+1} \le \left(2x^2 + x + 1\right)^{3x^2-x}$.

3

Решите уравнение:

В1:

а) $5^{\sqrt{3-2x-x^2}} + 6^x = 7^{1+\sqrt{x-1}}$;

б) $(x+1)\log_3^2 x + 4\log_3 x - 16 = 0$.

В2:

а) $2^{7-x} - 5^{\sqrt{6+5x-x^2}} = 6^{\sqrt{x-6}}$

б) $\log_2^2 x + (x-1)\log_2 x + 2x - 6 = 0$.

4*

Решите систему:

В1:

$$\begin{cases} x^{\log_3 y} + y^{\log_3 x} = 18, \\ \log_9 x + \log_9 y = \dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

В2:

$$\begin{cases} x^{\log_2 y} + y^{\log_2 x} = 8, \\ \log_4 x - \log_4 y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

5*

Найдите все значения параметра *a*, при которых уравнение имеет точно два различных корня:

В1:

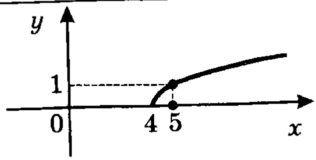
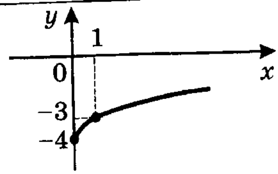
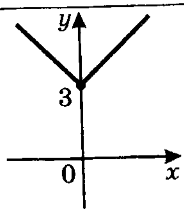
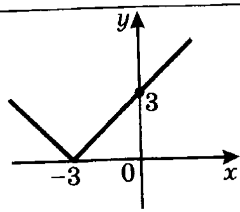
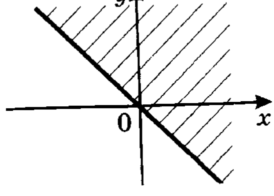
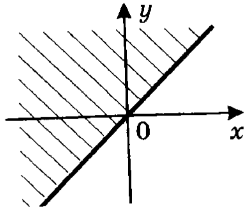
$\left(4^x - 3\cdot 2^x + 2\right)\left(\sqrt{x} - a\right) = 0$.

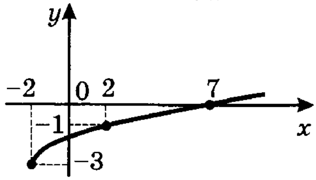
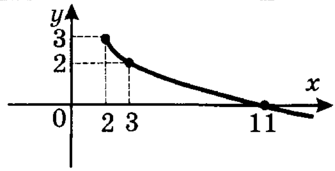
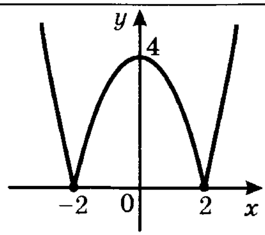
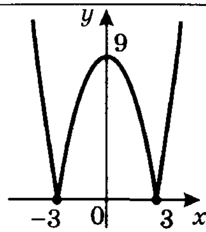
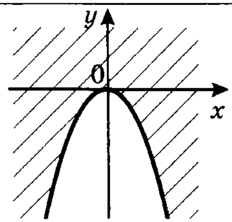
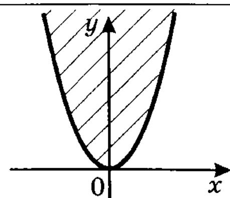
В2:

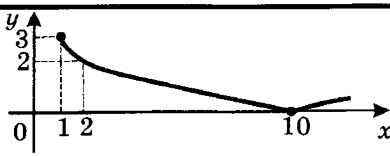
$\left(9^x - 4\cdot 3^x + 3\right)\left(\sqrt{x} - a\right) = 0$.

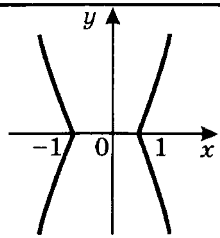
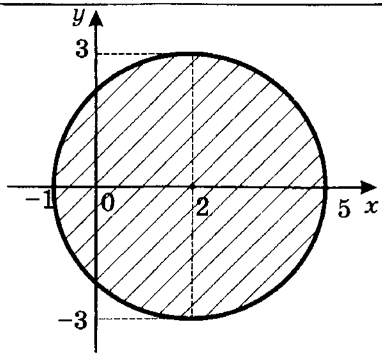
ОТВЕТЫ

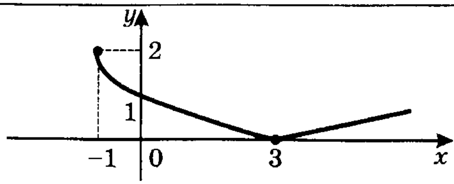
ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

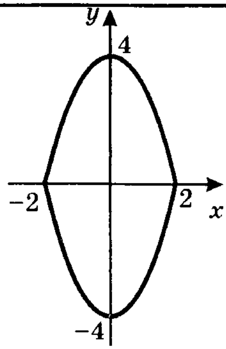
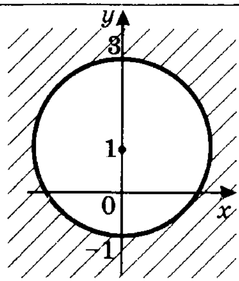
К-1 (КП-1)	А1	А2
1 а)	$[2;+\infty)$	$(-\infty;2]$
1 б)	$(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)$	$(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$
2 а)		
2 б)		
3 а)	1	–2
3 б)	Корней нет	2
4 а)	$(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$	$[-9,2]\cup\{4\}$
4 б)	$(-1;3)$	$(-4;2)$
5 а)	2	1
5 б)		

К-1 (КП-1)	Б1	Б2
1 а)	$(0;1)\cup(1;+\infty)$	$(0;2)\cup(2;+\infty)$
1 б)	$[-6;+\infty)$	$[3;+\infty)$
2 а)		
2 б)		
3 а)	1	2
3 б)	4; 64	9; 25
4 а)	$[-5;-1)\cup(-1;7)$	$(-\infty;-3)\cup\{-1\}\cup[5;+\infty)$
4 б)	$(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$	$(-\infty;-2]\cup[1;+\infty)$
5 а)	0	1
5 б)		

К-1 (КП-1)	В1
1 а)	$[0;4)\cup(4;+\infty)$
1 б)	$(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$
2 а)	

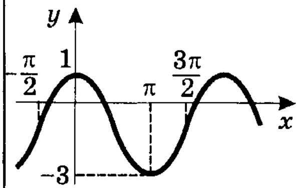
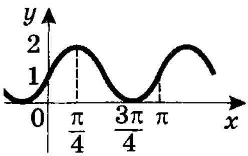
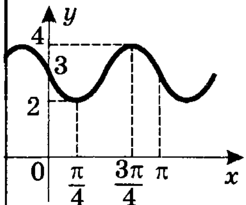
К-1 (КП-1)	В1
2 б)	
3 а)	4
3 б)	Корней нет
4 а)	$[0;1)\cup(1;3)$
4 б)	$(-1;6)$
5 а)	1
5 б)	

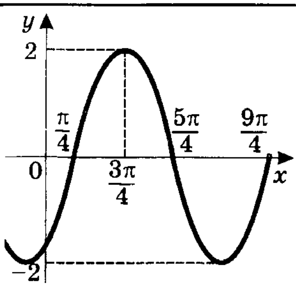
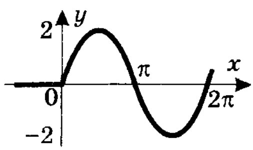
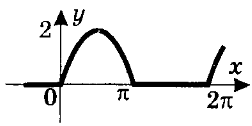
К-1 (КП-1)	В2
1 а)	$[3;8)\cup(8;+\infty)$
1 б)	$(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$
2 а)	

К-1 (КП-1)	В2
2 б)	
3 а)	9
3 б)	Корней нет
4 а)	$(-\infty; -1] \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$
4 б)	$(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$
5 а)	1
5 б)	

(КП-2)	Б1	Б2	В1	В2
1	—	—	$x^2 + x;\ 2x + 1$	$x^2 + 2x - 1;\ x$
2	$-3;\ 2;\ 4$	$-2;\ 3;\ 4$	$-2;\ 1;\ 1;\ 3$	$-1;\ -1;\ 2;\ 3$
3	$-4x$	$4x - 2$	$-2x^2 - x + 5$	$2x^2 + x - 2$
5	$8;\ -4$	$8;\ 16$	$3;\ -4$	$3;\ 4$

К-2 (КП-3)	А1	А2	Б1
1а)	0	0	2
1б)	1	-1	1
2	0	0	-1
3а)	$-\cos^2\alpha$	$-\sin^2\alpha$	$\cos 2\alpha$

К-2 (КП-3)	А1	А2	Б1
3б)	1	$\cos 2\alpha$	$-\sin 4\alpha$
5			

К-2 (КП-3)	Б2	В1	В2
1а)	2	0	0
1б)	1	0	0
2	-1	2	-2
3а)	$\cos 2\alpha$	$\sin^2 \alpha$	$-\dfrac{1}{\sin 4\alpha}$
3б)	$\sin 4\alpha$	$\dfrac{1}{\sin \alpha}$	$\dfrac{1}{\cos \alpha}$
5			

К-3 (КП-4)	А1	А2	Б1
1а)	$(-1)^n \dfrac{\pi}{3} + \pi n$ *	$\pm \dfrac{\pi}{4} + 2\pi n$	$-\dfrac{\pi}{9} + \dfrac{2\pi n}{3}$

* Здесь и далее $n \in \mathbf{Z}$, $m \in \mathbf{Z}$, $k \in \mathbf{Z}$, $p \in \mathbf{Z}$.

К-3 (КП-4)	А1	А2	Б1
1б)	$\frac{\pi}{3}+\pi n$	$-\frac{\pi}{4}+\pi n$	$\operatorname{arctg}5+\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+\pi k$
1в)	$\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$	$\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$2\pi n,\ (-1)^k\frac{\pi}{3}+2\pi k$
1г)	πn	$\frac{\pi}{2}+\pi n$	$\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k$
2а)	$\left(\frac{2\pi}{3}+4\pi n;\ \frac{10\pi}{3}+4\pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3};\ \frac{4\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi n\right)$
2б)	$\left(-\frac{\pi}{6}+\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\ -\frac{\pi}{3}+\pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi n}{2}\right]$
3	$\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ 2\pi k\right)$	$\left(\pi+2\pi n;\ -\frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{3}+\pi k;\ \pi k\right), \left(\pi n;\ -\frac{\pi}{3}+\pi n\right)$

К-3 (КП-4)	Б2	В1	В2
1а)	$\frac{\pi}{6}+\pi n$	$(-1)^{k+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}$	$\frac{\pi n}{2}$
1б)	$-\operatorname{arctg}3+\pi n,$ $\frac{\pi}{4}+\pi k$	$2\operatorname{arctg}2+2\pi k,$ $\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$-2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+2\pi k,$ $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
1в)	$\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2},\ \pm\frac{\pi}{6}+\pi k$	$\frac{\pi n}{2},\ \pm\frac{\pi}{6}+\pi k$	$\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{4},\ \pm\frac{\pi}{3}+\pi k$
1г)	$\pi+2\pi n,\ \pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$	$\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi n}{3}$	$-\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi n}{3}$
2а)	$\left(2\pi n;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi n\right)$	$\left[-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{12}+\pi n\right]$	$\left[-\frac{7\pi}{12}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right]$
2б)	$\left(-\frac{2\pi}{3}+2\pi n;\ \pi+2\pi n\right]$	$\left(4\pi n;\ \pi+4\pi n\right]$	$\left[\frac{\pi}{2}+3\pi n;\ \frac{5\pi}{4}+3\pi n\right)$
3	$\left(\frac{\pi}{6}+\pi k;\ \frac{\pi}{6}-\pi k\right)$	$\left(\pi+2\pi n;\ (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ \pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\right)$

(КП-5)	Вариант Б 1	Вариант Б 2
1 а)	$2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n$; $-\frac{\pi}{4}+\pi n$	$\pi+2\pi n; -\frac{\pi}{2}+2\pi n$; $\frac{\pi}{4}+\pi n$
1 б)	$\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$2\pi n$
2 а)	$\left(\frac{\pi}{9}+\frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{3}+\frac{2\pi n}{3}\right)$
2 б)	$\left[\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{3}+\frac{\pi n}{2}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{2}\right]$
2 в)	$\left(\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi n}{3}; \frac{7\pi}{12}+\frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{7\pi}{12}+\pi n; \frac{\pi}{12}+\pi n\right)$
3	$(\pi+2\pi k; 2\pi n)$	$(2\pi n; \pi+2\pi k)$
4	–0,5; 0	0,25; 1
5*	$a=0;\ 1\le a\le 3$	$a=0;\ 3\le a\le 5$

(КП-5)	Вариант В 1	Вариант В 2
1 а)	$-\frac{\pi}{4}+\pi n$	$-\pi+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n$
1 б)	$-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$	$16\pi n$
2 а)	$\left(\frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi n}{3}\right)$
2 б)	$\left(\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{2}\right)$
2 в)	$\left\{-\frac{\pi}{2}+2\pi n\right\}\cup\left[\frac{\pi}{6}+2\pi k; \frac{5\pi}{6}+2\pi k\right]$	$\{2\pi n\}\cup\left[\frac{2\pi}{3}+2\pi k; \frac{4\pi}{3}+2\pi k\right]$

(КП-5)	Вариант В 1	Вариант В 2
3	$\left(-\frac{\pi}{4}+2\pi n; -\frac{\pi}{6}+2\pi k\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}+2\pi n; \frac{\pi}{6}+2\pi k\right)$, $\left(-\frac{3\pi}{4}+2\pi n; -\frac{5\pi}{6}+2\pi k\right)$, $\left(\frac{3\pi}{4}+2\pi n; \frac{5\pi}{6}+2\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{\pi}{4}+2\pi k\right)$, $\left(\frac{3\pi}{2}+2\pi n; -\frac{\pi}{4}+2\pi k\right)$
4	$1;\ \frac{\pi}{3}$	$0;\ \frac{\pi}{6}$
5*	$a \le -\frac{1}{3}$, $a \ge 1$	$a \le -\frac{1}{4}$, $a \ge \frac{1}{6}$

К-4 (КП-6)	А1	А2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	2	3	1	1	1	−1
1б)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	3	3	6	3
2а)	±3	±10	1	32	4	5
2б)	4	3	−1	− 1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{4}{5}$
2в)	−1	−2	6	5	1	2
2г)	−1; 0	0; 3	±3; 7	−3; 1; 4	8	1
3	(1; 4), (4; 1)	(9; 1), (−1; −9)	(4; − 3), $\left(\frac{1}{4};\ 3\frac{3}{4}\right)$	(4; 0)	(25; 9), $\left(12\frac{1}{4};\ 20\frac{1}{4}\right)$	(4; 1)
4	$a \ge 2$	$a \le -3$	$(-2;0)\cup(1;3)$	$(-3;-1)\cup$ $\cup(0;4)$	$[2;+\infty)$	$(-\infty;-2]$

	A2	Б1
	3	$-1; \frac{4}{9}$
	1	0
	$-1; 2$	1
	$(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$
∞)	$\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$	$[-4; 3]$
∞)	$(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$	$(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$
	$(1; 3); (3; 1)$	$(1; -1)$
	$\frac{1}{3}; \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$\left[\frac{1}{4}; 1\right]; \left[1\frac{1}{2}; 3\right]$; у второй

	B1	B2
	$1; -\frac{23}{6}$	$1; -\frac{11}{4}$
	0,5	0
	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	πn
2)	$(-3; 3) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 2) \cup (2; +\infty)$
5; + ∞)	$[-1; 3]$	$(-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$
]	$(-\infty; -1]$	$[1; +\infty)$
2)	-1	1
; у первой	-3 и 5	-2 и 4

К-6 (КП-8)	А1	А2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	1	30	3	24	24,5	1,5
1б)	1	3	2	3	2	– 2
2а)	– 2; 1	– 2; 5	3	2	3	4
2б)	1	– 1	$2; \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$	$3; \sqrt[9]{3}$	$\frac{1}{9}; 3$	$\frac{1}{625}; 5$
3а)	[– 1;2)	$\left(\frac{1}{3}; 1\right]$	(2; 3]	(– 4; 2]	(1; 2)	(1; 2)
3б)	(2; 4)	(1; 4)	$(0; 0{,}04) \cup$ $\cup (5; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right) \cup$ $\cup (2; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{4}\right] \cup$ $\cup [16; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right] \cup$ $\cup [4; +\infty)$
4	(7; 2)	(9; 1)	(2; – 1)	(3; 2)	(27; 4)	(125; 4); (625; 3)
5	$\frac{1}{8}; 2$	$\frac{1}{3}; 27$	3; 27	$\frac{1}{8}; 2$	4	6

(КП-9)	Б1	Б2
1 а)	3	4;
1 б)	$\frac{1}{4}$; 1	$\frac{1}{3}$; 3
2	$(0;1) \cup (5;\infty)$	$(0;1) \cup (2;3)$
3 а)	2	–1
3 б)	1	0
4	(1;1) ; (3;3)	(–1;–1) ; (1;1)
5	$(-\infty; 0) \cup \{4\}$	$\{-3\} \cup (0; \infty)$

(КП-9)	В1	В2
1 а)	$-1;\ 2;\ 4$	$-1;\ 1;\ 3$
1 б)	$\sqrt{2};\ \frac{1}{\sqrt{2}};\ 2;\ \frac{1}{2}$	$3;\ \frac{1}{3}$
2	$(-\infty;0]\cup\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]\cup[1;\infty)$	$\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[-\frac{1}{3},0\right]\cup[1;\infty)$
3 а)	1	6
3 б)	$3;\ \frac{1}{81}$	$2;\ \frac{1}{4}$
4	$(9;3),\ (3;9)$	$(4;2),\ \left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$
5	$a\le 0,\ a=1$	$a\le 0,\ a=1$

ОТВЕТЫ К ДОМАШНИМ САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ

С-18*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	[– 1; 1]	[– 1; 1]
1б)	(– ∞; 0) ∪ (0; ∞)	(– ∞; 0) ∪ (0; ∞)
1в)	(– 1; 1)	[– 1; 0) ∪ (0; 1]
1г)	***R***	***R***
1д)	[– 1; 1]	***R***
2а)	$\frac{120}{169}$	$\frac{5}{\sqrt{26}}$
2б)	5	$\frac{7}{24}$
2в)	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{7}{5\sqrt{2}}$
3а)	$4\pi - 10$	$6 - 2\pi$
3б)	$-\frac{\pi}{10}$	$\frac{5\pi}{8}$
4а)	[– 2; – 1] ∪ [0; 1]	$\left[-2;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};2\right]$
4б)	[1; 2]	(– ∞; 0] ∪ [2; + ∞)
5а)	$D(f) = [-1; 0];\ E(f) = \left[0; \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right]$	$D(f) = [-1; 0) \cup (0; 1];$ $E(f) = \left(-\infty; -\frac{2}{\pi}\right) \cup \left(\frac{2}{\pi}; +\infty\right)$
5б)	$D(f) = [0; +\infty),\ E(f) = [0; \pi)$	$D(f) = [0; +\infty),\ E(f) = \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$
6а)	– 1	$\frac{1}{3}$
6б)	$2\sqrt{3} - 1$	1,5
6в)	– 2	1
6г)	ctg 2	tg 0,5

С-33*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$-7; 8$	$0; 5$
1б)	1	4
1в)	$2-2\sqrt{3}; 2$	$1+\sqrt{6}$
1г)	3	$1; 2; 10$
1д)	8	$-15; 1$
1е)	4	9
1ж)	4	-1
1з)	± 2	± 6
1и)	$[3; 8]$	Корней нет
1к*)	0,5	1
2а)	$(-\infty; -1] \cup (8; +\infty)$	$(-\infty; -4]$
2б)	$[2,5; 3)$	$[2; 3)$
2в)	$[5; 6) \cup (9; 10]$	$\left[\frac{1}{2}; 1\right)$
2г)	$[-2; -1] \cup \{3\}$	$\{-3\} \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$
2д)	$[1; +\infty)$	$\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$
3а)	$(3; 1)$	$(2; 3); \left(\frac{13}{3}; -\frac{5}{3}\right)$
3б)	$(10; 6)$	$(5; 4)$
3в)	$(1; 81); (81; 1)$	$(64; 1)$

С-36*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$0; 1$	$0; 3$
1б)	$-1; -4$	$-2; -3$
1в)	$3; 2\frac{1}{4}$	1,5
1г)	± 1	± 1

С-36*	Вариант 1	Вариант 2
1д)	$\frac{\pi n}{2}$	$\pm\frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{2}$
1е)	$\pm\frac{\pi}{4}+\pi n; \pm\operatorname{arctg} 2+\pi k$	πn
1ж)	± 2	2
1з)	3	7
1и)	$(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$	$\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$
1к)	2	1
1л)	Корней нет	2
2а)	$\left(-\sqrt{7};-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};\sqrt{7}\right)$	$\left[-\frac{1}{5};7\right]$
2б)	$(3;+\infty)$	$(2;+\infty)$
2в)	$[-2;0]\cup[2;+\infty)$	$[-\infty;-9]\cup[0;9]$
2г)	$(2;+\infty)$	$[0;+\infty)$
2д)	$(-1;2]\cup[3;+\infty)$	$[-2;-1)\cup[1;+\infty)$

С-40*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	21	24
1б)	12	9
1в)	16	8
1г)	0; 1,75	−1; 0,75
1д)	10; 100	$\frac{1}{2};8$
1е)	$\frac{\pi}{4}+\pi n$	$\frac{\pi}{4}+\pi n$
1ж)	$1;\frac{1}{\sqrt{2}};4$	$\sqrt{3};3$
1з*)	$\frac{1}{4};2$	$\frac{1}{81};3$

С-40*	Вариант 1	Вариант 2
1и*)	2	16
2а)	$(-4;-3]\cup[8;+\infty)$	$(2;3]\cup[5;+\infty)$
2б)	$\left(\log_2\frac{2}{3};0\right)\cup\left[\log_2\frac{4}{3};+\infty\right)$	$[1;2)$
2в)	$(0;1)\cup(2;8)$	$(0;0,1)\cup(1;1000)$
2г)	$(3;+\infty)$	$(4;+\infty)$
2д)	$\left(4-\sqrt{2};3\right)\cup\left(4+\sqrt{2};+\infty\right)$	$(-1,5;-1)\cup(4;+\infty)$
2е)	$(\log_3 10;+\infty)$	$(\log_4 13;2]$
2ж)	$\left(-1;\frac{1}{3}\right]\cup\left[1;2\frac{1}{3}\right)$	$(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$
2з*)	$\left(0;2^{-\sqrt{2\log_2\frac{4+\sqrt{5}}{2}}}\right]\cup\left[2^{\sqrt{2\log_2\frac{4+\sqrt{5}}{2}}};+\infty\right)$	$\left(0;3^{-\sqrt{0,5\log_3\frac{3+\sqrt{3}}{2}}}\right]\cup\left[3^{\sqrt{0,5\log_3\frac{3+\sqrt{2}}{2}}};+\infty\right)$
3а)	(2; 3); (3; 2)	(125; 4); (4; 125)
3б)	$\left(0,001;\frac{1}{2}\right);\left(1000;-\frac{1}{2}\right)$	(2; 10); (– 2; 0,1)
3в)	(3; 3)	$\left(4;\frac{1}{4}\right)$

С-42*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$-2\pm\sqrt{\log_3\frac{81}{25}}$	$1\pm\sqrt{\log_5 640}$
1б)	$\pm\frac{1}{\log_2 2,5}$	$0;\ \frac{1}{\log_2\frac{2}{3}}$
1в)	$2;\ -\frac{1}{\lg 5}$	$2;-\log_3 6$
2а)	$8;\frac{1}{4}$	$9;\frac{1}{3}$

С-42*	Вариант 1	Вариант 2
2б)	$10; \frac{1}{10}; 10^{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}}$	$10; \frac{1}{10}; 10^{\pm\frac{\sqrt{2}}{3}}$
2в)	$4^{\pm\sqrt{2}}$	$3; 3^9$
2г)	$3; \frac{1}{3}$	$6; \frac{1}{6}$
3а)	(3; 1); (3; –1)	(1; 10); (– 1; 10)
3б)	$(4;9); \left(-2; \frac{1}{81}\right)$	$(16;3); \left(\frac{1}{64}; -2\right)$
3в)	$(8;2); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$	$(5;25); \left(\frac{1}{25}; \frac{1}{5}\right)$
4а)	2	4
4б)	1	1

ЛИТЕРАТУРА

1. Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни .– М.: Илекса, 2011. – 480 с.
2. Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни.– М.: Илекса, 2011. – 432 с.
3. Нелин Е.П. Алгебра 7-11 классы. Определения, свойства, методы решения – в таблицах. Серия «Комплексная подготовка к ЕГЭ и ГИА». – М.: Илекса, 2011. – 128 с.
4. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
5. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Начала анализа. Справочное пособие. – М.: Наука, 1990. – 608 с.
6. Голубев В.И. Решение сложных и нестандартных задач по математике.— М: ИЛЕКСА, 2007. — 252 с.
7. Горнштейн П.И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами.— М: Илекса, 2007.— 336 с.
8. Ершова А.П., Голобородько В.В.: Вся школьная математика в самостоятельных и контрольных работах. Алгебра. 7-11 класс.— М: Илекса, 2010.— 640 с.
9. Куланин Е.Д., Федин С.Н. 5000 конкурсных задач по математике. – М.: АСТ, 1999.– 720 с.
10. Математика. Сборник экзаменационных заданий. Серия: Федеральный банк экзаменационных материалов. – М.: ЭКСМО, 2008. – 240 с.
11. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Алгебраический тренажер: Пособие для школьников и абитуриентов .— М: Илекса, 2007.— 320 с.
12. Субханкулова С.А. Задачи с параметрами. Серия «Математика: элективный курс».— М.: ИЛЕКСА, 2010.— 208 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ориентировочное тематическое планирование курса алгебры и начал математического анализа в 10 классах по учебнику Нелина Е.П., Лазарева В.А. (и распределение самостоятельных и контрольных работ)

Базовый уровень — 2,5 (3) часа в неделю алгебры и начал математического анализа, всего 85 (102) ч за год.
Профильный уровень[*] — 4 (5) часов в неделю алгебры и начал математического анализа, всего 136 (170) ч за год.

№ п/п	Тема урока	Параграф или пункт	Количество часов в неделю				Самостоятельные (контрольные) работы
			Базовый уровень		Профильный уровень		
			2,5 ч в неделю	3 ч в неделю	4 ч в неделю	5 ч в неделю	
1. Функции, уравнения, неравенства			**13 часов**	**15 часов**	**32 часа**	**40 часов**	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	Множества и операции над ними	§ 1	1	1	1	1	С-1
2	Понятие числовой функции. Простейшие свойства числовых функций	§ 2 2.1	1	1	1	1	
3	Свойства и графики основных видов функций	2.2	1	1	1	1	
4	Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований известных графиков функций	2.3	1	1	1	1	
5	Уравнения. Уравнения-следствия и равносильные преобразования уравнений	§ 3 3.1	1	1	1	2	С-2
6	Причины появления посторонних корней и потери корней при решении уравнений	3.1	–	–	1	1	
7	Применение свойств функций к решению уравнений	3.2	1	1	1	2	С-3
8	Неравенства. Равносильные преобразования неравенств	§ 4	1	1	1	2	С-4
9	Метод интервалов	§ 4	1	1	1	2	

[*] Серым цветом залиты номера тем, которые не являются обязательными при обучении на базовом уровне.

1	2	3	4	5	6	7	8
10	Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля	§ 5	1	1	2	2	С-5
11	Построение графиков функций вида $y = f(x) \pm g(x)$, $y = \dfrac{1}{f(x)}$	§ 6	–	–	1	1	С-6
12	Построение графиков уравнений и неравенств с двумя переменными	§ 6	1	1	2	2	
13	Уравнения и неравенства с параметрами. Решение уравнений и неравенств с параметрами	§ 7 7.1	–	1	1	1	С-7
14	Исследовательские задачи с параметрами	7.2	–	1	1	1	
15	Использование условий расположения корней квадратного трехчлена относительно заданных чисел для решения задач с параметрами	7.3	–	–	1	2	
16	Решение задач		1	1	2	2	
17	***Тематическая контрольная работа***		1	1	1	1	К-1 (КП-1)
18	Метод математической индукции	§ 8	–	–	1	1	С-8
19	Делимость целых чисел. Сравнение по модулю m. Решение уравнений в целых числах	§ 9	1	1	2	3	
20	Многочлены от одной переменной и их тождественное равенство	§ 10 10.1	–	–	1	1	С-9
21	Действия над многочленами. Деление многочлена на многочлен с остатком	§10 10.2	–	–	1	1	
22	Теорема Безу. Корни многочленов. Формулы Виета	10.3	–	–	1	2	
23	Схема Горнера	10.4	–	–	1	1	
24	Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами	10.5	–	–	1	2	
25	Решение задач		–	–	3	3	
26	***Тематическая контрольная работа (на профильном уровне)***		—	—	1	1	КП-2

1	2	3	4	5	6	7	8
2. Тригонометрические функции			**12 часов**	**14 часов**	**20 часов**	**25 часов**	
27	Радианная мера углов	§ 11	1	1	1	1	С-10
28	Тригонометрические функции угла и числового аргумента	§ 12	1	1	1	1	
29	Свойства тригонометрических функций (знаки тригонометрических функций; четность и нечетность; периодичность)	§ 13	1	1	1	1	
30	Свойства функций синуса, косинуса, тангенса и котангенса и их графики	§ 14	1	1	1	1	С-11, С-12
31	Построение графиков тригонометрических функций	§ 14	1	1	1	2	
32	Решение задач		1	1	2	2	
33	*Тематическая самостоятельная работа (на профильном уровне)*		–	–	1	1	
34	Соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумента	§ 15	1	1	1	1	С-13
35	Формулы сложения	§ 16 16.1	1	1	1	1	С-14
36	Формулы двойного аргумента	16.2			1	1	
37	Формулы приведения	16.3	1	1	1	1	
38	Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение	16.4	1	1	1	2	С-15
39	Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму	16.4			1	1	
40	Формулы тройного аргумента	16.5	–	–	1	1	С-16
41	Формулы половинного аргумента	16.5	–	1	1	1	
42	Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента	16.5	–		1	1	
43	Формула преобразования выражения $a\sin\alpha + b\cos\alpha$	16.6	–	1	1	1	
44	Решение задач		1	1	1	4	
45	***Тематическая контрольная работа***		1	1	1	1	К-2 (КП-3)

1	2	3	4	5	6	7	8
3. Тригонометрические уравнения и неравенства			**16 часов**	**20 часов**	**24 часа**	**30 часов**	
46	Обратная функция. Нахождение формулы обратной функции	§ 17	1	1	1	1	С-17, С-18
47	Функция $y = \arcsin x$	§ 18 18.1	1	1	1	1	
48	Функция $y = \arccos x$	18.2				1	
49	Функция $y = \operatorname{arctg} x$	18.3	1	1	1	1	
50	Функция $y = \operatorname{arcctg} x$	18.4				1	
51	Уравнение $\cos x = a$	§ 19 19.1	1	1	1	1	С-19
52	Уравнение $\sin x = a$	19.1	1	1	1	1	
53	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$	19.2	1	1	1	1	
54	Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$						
55	Замена переменных при решении тригонометрических уравнений	§ 20 20.1	1	1	1	1	С-20
56	Решение тригонометрических уравнений приведением к одной функции (с одинаковым аргументом)	20.2	1	1	1	1	
57	Решение однородных тригонометрических уравнений и приведение тригонометрического уравнения к однородному	20.3	1	1	1	1	
58	Решение тригонометрических уравнений вида $f(x) = 0$ с помощью разложения на множители	20.4	1	1	1	1	
59	Отбор корней тригонометрических уравнений	20.5	1	1	2	2	С-21
60	Решение систем тригонометрических уравнений	§ 21	1	1	1	1	
61	***Тематическая контрольная работа***		1	1	1	1	К-3 (КП-4)
62	Примеры решения более сложных тригонометрических уравнений	§ 22	1	1	1	1	С-22
63	Примеры решения более сложных систем тригонометрических уравнений	§ 22	–	–	1	1	С-23

1	2	3	4	5	6	7	8
64	Решение уравнений с обратными тригонометрическими функциями	§ 22	–	–	1	1	С-18
65	Тригонометрические уравнения с параметрами	§ 23 23.1	–	1	1	2	С-24
66	Исследовательские тригонометрические уравнения с параметрами	23.2	–	1	1	3	
67	Решение простейших тригонометрических неравенств с помощью единичного круга (или с помощью графика)	§ 24	1	1	1	1	С-25
68	Способы решения более сложных тригонометрических неравенств	§ 24	–	1	1	1	С-26
69	Решение тригонометрических неравенств методом интервалов	§ 24	–	–	1	1	
70	Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем *Тематическая самостоятельная работа (на базовом уровне)*	§ 23, § 24	1	2	1	2	С-22, С-25
71	***Тематическая контрольная работа*** *(на профильном уровне)*		–	–	1	1	(КП-5)
4. Степенная функция			**12 часов**	**15 часов**	**20 часов**	**25 часов**	
72	Корень *n*-й степени и его свойства	§ 25	1	1	1	1	С-27
73	Преобразование выражений, которые содержат корни *n*-й степени	§ 25	1	1	1	1	
74	Решение иррациональных уравнений	§ 26	1	1	1	1	С-28, С-31
75	Решение иррациональных уравнений с помощью замены переменных	§ 26	1	1	1	1	
76	Решение систем иррациональных уравнений	§ 26	1	1	1	1	

1	2	3	4	5	6	7	8
77	Степень с рациональным показателем и её свойства	§ 27	1	1	1	1	С-29
78	Решение задач		–	1	1	1	
79	Понятие о степени с иррациональным показателем. Решение задач	§ 27 27.1	1	1	1	1	
80	Степенная функция, ее свойства и график	27.2	1	1	1	1	
81	Применение свойств функции к решению иррациональных уравнений	§ 28 28.1	1	1	1	1	С-30
82	Другие способы решения иррациональных уравнений	28.2	1	1	2	2	
83	Решение иррациональных неравенств методом интервалов	§ 29	1	1	1	1	С-31
84	Решение иррациональных неравенств с помощью равносильных преобразований	§ 29	–	–	1	1	
85	Решение иррациональных неравенств	§ 29	–	1	1	1	
86	Решение иррациональных уравнений с параметрами	§ 30	–	–	1	1	С-32
87	Решение иррациональных неравенств с параметрами	§ 30	–	–	1	1	
88	Решение задач		1	1	1	1	С-33
89	***Тематическая контрольная работа***		1	1	1	1	К-4 (КП-6)
5. Показательная и логарифмическая функции			**26 часов**	**30 часов**	**32 часа**	**40 часов**	
90	Показательная функция, ее свойства и график	§ 31	1	1	1	1	С-34
91	Простейшие показательные уравнения	§ 32 32.1	1	1	1	1	
92	Сведение некоторых показательных уравнений к простейшим	32.1	1	1	1	1	
93	Решение более сложных показательных уравнений	32.2	1	1	1	1	
94	Решение показательных уравнений	32.2	–	1	–	1	
95	Решение систем уравнений, которые содержат показательные функции	32.2	1	1	1	1	

1	2	3	4	5	6	7	8
96	Решение простейших показательных неравенств	32.3	1	1	1	1	С-35
97	Решение более сложных показательных неравенств	32.3	1	1	1	1	
98	Решение более сложных показательных неравенств (метод интервалов)	32.3	1	1	1	1	
99	Решение показательных уравнений, неравенств, систем	32.3	1	1	1	1	С-36
100	*Тематическая контрольная работа*		1	1	1	1	К-5 (КП-7)
101	Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество	§ 33	1	1	1	1	С-37
102	Основные свойства логарифмов	§ 33	1	1	1	1	
103	Формула перехода от одного основания логарифмов к другому	§ 33	1	1	1	1	
104	Логарифмирование и потенцирование	§ 33	1	1	1	1	
105	Логарифмическая функция, ее свойства и график	§ 34	1	1	1	1	
106	Применение свойств логарифмической функции к решению упражнений	§ 34	1	1	1	1	
107	Решение простейших логарифмических уравнений	§ 35 35.1	1	1	1	1	С-38
108	Решение логарифмических уравнений способом замены	35.1	1	1	1	1	
109	Решение более сложных логарифмических уравнений	35.1	1	1	1	1	
110	Решение систем уравнений, которые содержат логарифмические функции	35.1	1	1	1	1	
111	Решение простейших логарифмических неравенств	35.2	1	1	1	1	С-39
112	Решение более сложных логарифмических неравенств	35.2	1	1	1	1	
113	Решение логарифмических неравенств методом интервалов	35.2	1	1	1	1	
114	Решение логарифмических уравнений, неравенств, систем		1	1	1	2	С-40

1	2	3	4	5	6	7	8
115	*Тематическая контрольная работа*		1	1	1	1	К-6 (КП-8)
116	Показательно-степенные уравнения	§ 36	–	1	1	1	С-41
117	Решение систем, которые содержат показательно-степенные выражения	§ 36	–	–	–	1	
118	Решение показательно-степенных неравенств	§ 36	–	–	1	1	
119	Применение свойств функций к решению показательных и логарифмических уравнений	§ 37	1	1	1	2	С-42, С-43
120	Решение показательных и логарифмических уравнений разными способами	§ 37	–	1	1	2	
121	Показательные и логарифмические уравнения с параметрами	§ 37	–	1	1	2	
122	Показательные и логарифмические неравенства с параметрами	§ 37	–	–	1	2	
123	Решение задач по теме		–	–	–	1	
124	*Тематическая контрольная работа (на профильном уровне)*		–	–	1	1	(КП-9)
Повторение. Решение задач			**6 часов**	**8 часов**	**8 часов**	**10 часов**	

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Алла Петровна Ершова
Евгений Петрович Нелин

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам математического анализа для 10 класса

Подписано в печать 20.12.2012. Формат 60×88/16.
Уч.-изд. л. 8,80. Тираж 3000 экз. Заказ № 8125.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии
с качеством предоставленных материалов.
610033, г. Киров, ул. Московская, 122.
Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36
http://www.gipp.kirov.ru; e-mail: order@gipp.kirov.ru