

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

8 февраля 2017 года

Вариант МА00409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число, десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

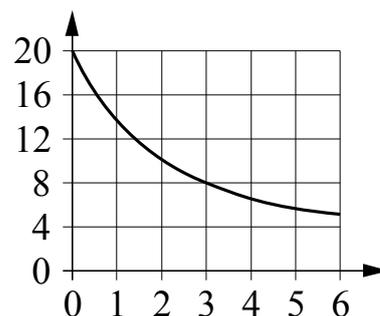
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 70 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10 % от стоимости всей покупки?

Ответ: _____.

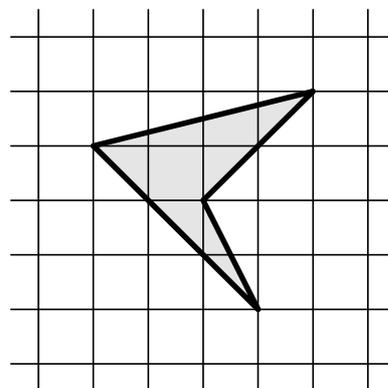
- 2** В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое ещё не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса оставшегося реагента, который ещё не вступил в реакцию (в граммах).



Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за первые три минуты.

Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 4** За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

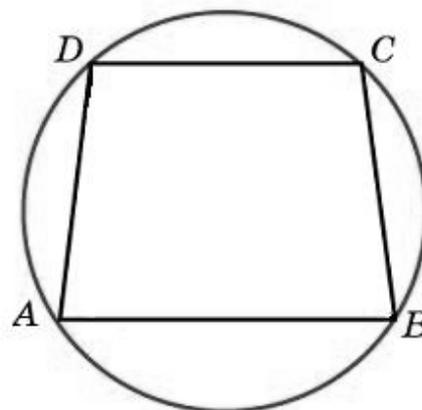
Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{1}{19-4x}} = 0,2$.

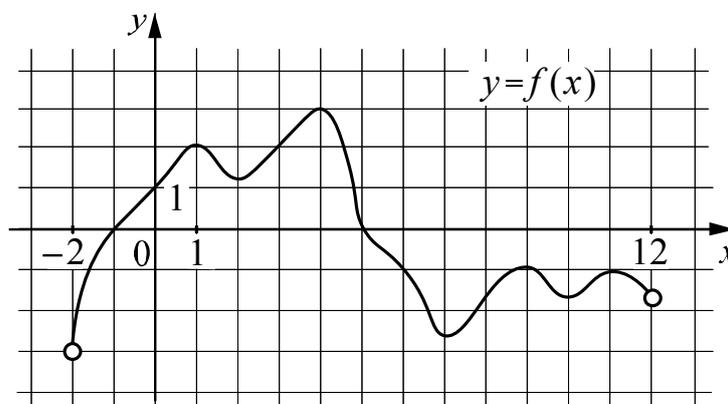
Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 12. Радиус описанной окружности равен 10. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.

Ответ: _____.



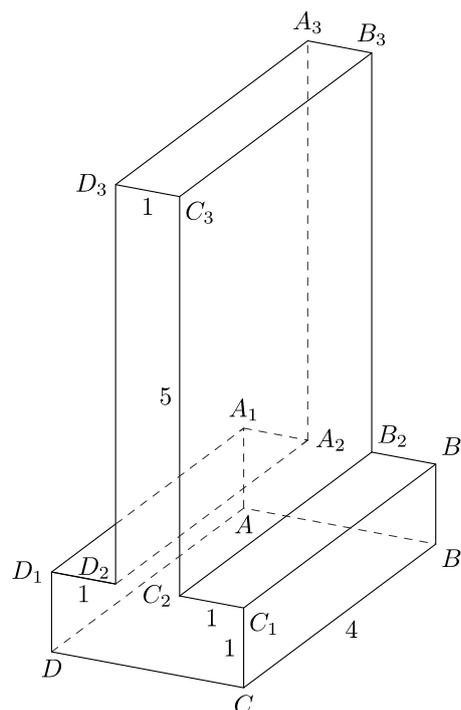
- 7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-2; 12)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Вычислите квадрат расстояния между вершинами D и B_3 .

Ответ: _____.



9 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$ при $m = 64$.

Ответ: _____.

10 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем $78\,400 \text{ Н}$? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11 Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 500 литров?

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 7^{x^2 + 2x + 3}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \cos^2 \left(\frac{3}{2} \pi + x \right) = \sqrt{3} \sin x$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 2 : 3$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 4$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 5$.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .

б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $BB_1 C_1$.

15 Решите неравенство $\frac{x^2 - 5x - 3}{x^2 - 5x + 3} + \frac{x^2 - 5x + 24}{x^2 - 5x} \leq 0$.

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны длины диагоналей трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8,5$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 40 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 40 млн рублей в первый и второй годы, а также по 20 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 270 млн рублей, а к концу проекта — больше 490 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a - 15x + ax}{x^2 - 2ax + a^2 + 25}$ содержит отрезок $[0;1]$.

19 Вася записал на листе бумаги некоторую последовательность из n чисел ($n > 3$), а затем продолжил её, повторив все числа ещё раз в том же порядке. Затем Вася предложил Маше сыграть в игру по следующим правилам. За один ход Маша может спросить у Васи сумму любых трёх подряд идущих чисел. Маша выигрывает, если через несколько ходов узнает все числа.

а) Может ли Маша гарантированно выиграть, если $n = 5$?

б) Может ли Маша гарантированно выиграть, если $n = 9$?

в) За какое наименьшее число ходов Маша может гарантированно выиграть, если $n = 22$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

8 февраля 2017 года

Вариант МА00410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число, десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

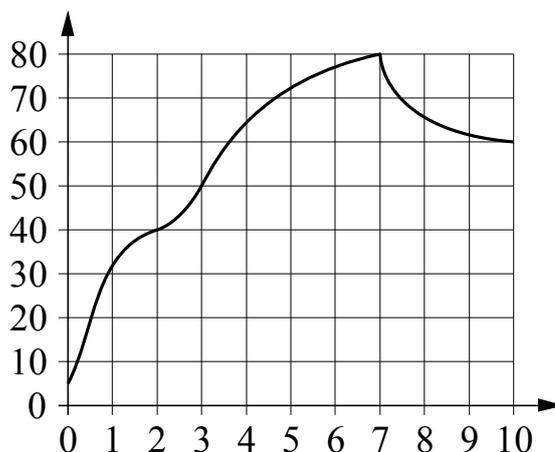
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Тетрадь стоит 26 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 80 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 20 % от стоимости всей покупки?

Ответ: _____.

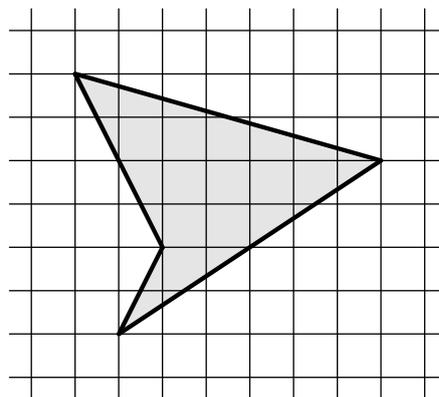
- 2 На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов нагреется двигатель с момента времени три минуты до момента семь минут с начала разогрева.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



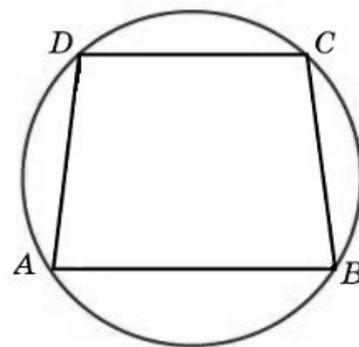
- 4 За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.

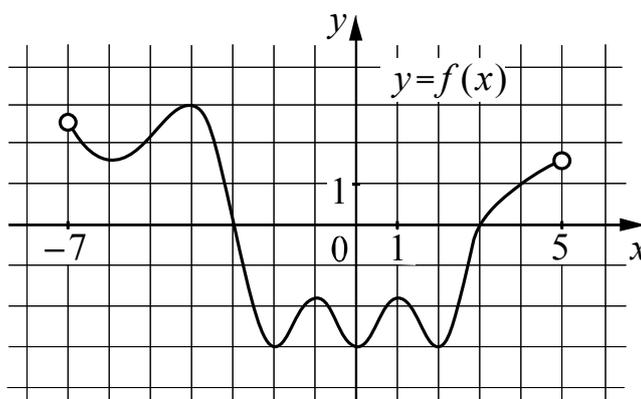
Ответ: _____.

- 6** Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.



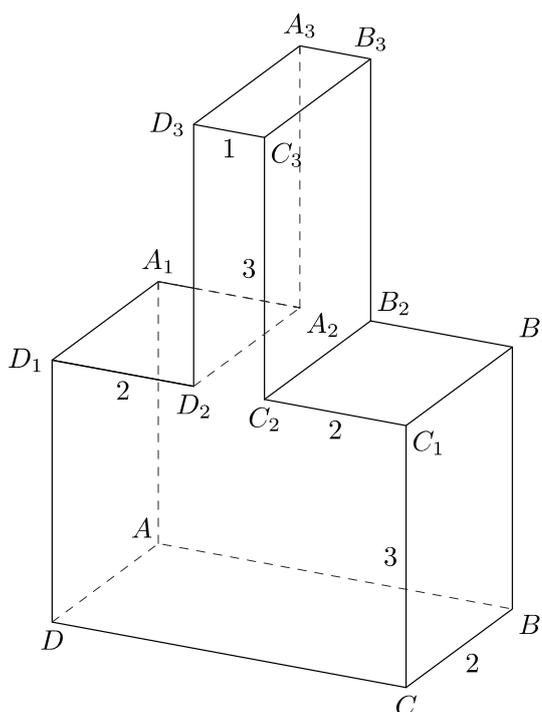
Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Вычислите квадрат расстояния между вершинами C и A_3 .



Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[5]{m} \cdot \sqrt[20]{m}}$ при $m = 256$.

Ответ: _____.

10 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше чем 42 000 Н? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11 Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 425 литров она заполняет на 8 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 525 литров?

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 2^{x^2 - 8x + 20}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = \sqrt{2} \sin x$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2} \right]$.

14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 2 : 3$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 4$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4$, $AD = 4$, $AA_1 = 10$.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .

б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $BB_1 C_1$.

15 Решите неравенство $\frac{x^2 - 5x - 2}{x^2 - 5x + 2} + \frac{x^2 - 5x + 16}{x^2 - 5x} \leq 0$.

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны длины диагоналей трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 30 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 30 млн рублей в первый и второй годы, а также по 15 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 240 млн рублей, а к концу проекта — больше 420 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a + 150x - 10ax}{100x^2 + 20ax + a^2 + 25}$ содержит отрезок $[0;1]$.

19 Вася записал на листе бумаги некоторую последовательность из n чисел ($n > 3$), а затем продолжил её, повторив все числа ещё раз в том же порядке. Затем Вася предложил Маше сыграть в игру по следующим правилам. За один ход Маша может спросить у Васи сумму любых трёх подряд идущих чисел. Маша выигрывает, если через несколько ходов узнает все числа.

а) Может ли Маша гарантированно выиграть, если $n = 4$?

б) Может ли Маша гарантированно выиграть, если $n = 6$?

в) За какое наименьшее число ходов Маша может гарантированно выиграть, если $n = 23$?