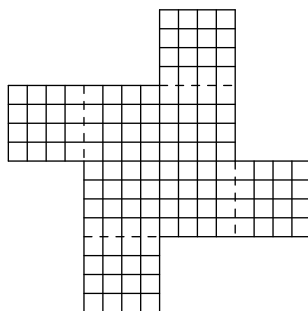


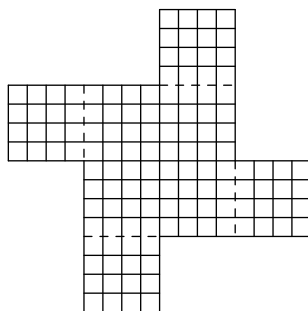
Работа рассчитана на 120 минут

1. Найдите все целые числа с 2000 по 2015, которые делятся на свою сумму цифр.
2. Трое мужчин с женами хотят переправиться с левого берега реки на правый. Есть двухместная лодка с одним местом для гребца и одним — для пассажира. Грести могут только мужчины. Рейс — это пересечение реки, и нельзя *грести* 2 рейса подряд. Если женщины оказываются на берегу или в лодке вдвоём с кем-нибудь (без третьих лиц), то этот второй должен быть её мужем. Как им всем переправиться? (Когда лодка достигает берега, сначала все обязаны из неё высадиться).
3. Перед Геной и Чебурашкой — по кучке конфет, всего 100 штук. Сначала Гена съел у себя 3 конфеты, а треть оставшихся отдал Чебурашке. Потом Чебурашка съел у себя 3 конфеты и отдал треть остатка Гене. Теперь у Гены столько же конфет, сколько вначале. Сколько?
4. Бумажная фигура на рисунке состоит из 128 целых клеток со сторонами 1, а её периметр равен 64. Она вырезана из клетчатой бумаги, причем все разрезы шли по границам клеток. Перегибая фигуру по границам клеток, можно завернуть в неё плоский жёсткий клетчатый квадрат 8×8 так, чтобы обе стороны квадрата были полностью закрыты. А как такими же разрезами вырезать из клетчатой бумаги фигуру из 128 клеток *периметром более 250* и так же завернуть в неё квадрат 8×8 ? Приведите пример фигуры.



Работа рассчитана на 240 минут

1. В каждую клетку таблицы 3×3 записано число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, на 2 больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, в 2 раза больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел в первой строке, если известно, что она равна сумме чисел во втором столбце.
2. Если двое или больше туземцев из племени Задир собираются вместе, и все они друг с другом незнакомы, то они подерутся (а если есть хотя бы одна пара знакомых, то драки не будет). На левом берегу реки собралось 7 задир: три пары и одиночка. Задиры в парах знакомы только друг с другом, одиночка ни с кем не знаком. Могут ли они все переправиться на правый берег с помощью двухместной лодки так, чтобы нигде — ни в лодке, ни одном из берегов — никто не подрался? (Когда лодка достигает берега, сначала все обязаны из неё высадиться. Задиры не могут разойтись от места, где лодка отчаливает и причаливает, пока все не переправились.)
3. Сумма четырёх различных положительных нечетных чисел равна 160. Известно, что в каждой паре этих чисел одно из них делится на другое. Найдите эти числа и докажите, что других таких наборов нет.
4. Бумажная фигура на рисунке состоит из 128 целых клеток со сторонами 1, а её периметр равен 64. Она вырезана из клетчатой бумаги, причем все разрезы шли по границам клеток. Перегибая фигуру по границам клеток, можно завернуть в неё плоский жёсткий клетчатый квадрат 8×8 так, чтобы обе стороны квадрата были полностью закрыты. А как такими же разрезами вырезать из клетчатой бумаги фигуру из 128 клеток периметром 250 и так же завернуть в неё квадрат 8×8 ? Приведите пример фигуры.



5. Человек хочет посчитать ступеньки на эскалаторе. Сначала он бежит по нему по ходу движения и насчитывает 50 ступенек. Потом против хода движения, и насчитывает 150 ступенек. Сколько ступенек он насчитает на неподвижном эскалаторе?
6. Лодка, скорость которой в стоячей воде равна 6 м/с, движется по течению реки. Скорость течения равна 2 м/с. Из лодки выпадает предмет. Через час после этого лодка разворачивается и начинает плыть против течения. Определите, через какое время после разворота лодка и предмет встретятся. Как изменится ответ, если изначально лодка плыла против течения?
7. Сосуд наполнен до краев водой плотностью ρ_0 . В воду опускают тело массой m и плотностью $\rho_0/12$ и фиксируют вытекшее из сосуда количество воды. После этого тело вынимают, и опускают в воду другое тело массой $2m$ и плотностью $2\rho_0$. Сколько воды вытечет после погружения второго тела? Как надо изменить массу второго тела, чтобы количество вытекшей воды после погружения второго тела было такое же, как и после погружения первого?
8. На пружину жесткостью k подвесили груз массой m . Каково удлинение пружины? Каким оно будет, если вместо одной пружины взять две такие же, соединенные последовательно? Параллельно?

Работа рассчитана на 240 минут

1. В каждую клетку таблицы 4×4 записано положительное число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, на 3 больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, в 3 раза больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел во втором столбце, если известно, что она равна сумме чисел в какой-то строке.
2. На столе по кругу лежат монеты в 2 и 10 рублей. У двухрублевков сосед по часовой стрелке лежит вверх орлом, против часовой — вверх цифрой, у десятирублевков — наоборот. Докажите, что общая сумма денег на столе кратна 24 рублям.
3. Группа из 15 путешественников переправилась с левого берега реки на правый с помощью одной двухместной лодки. Каждый раз на правый берег плыли двое, а на левый — один, и по прибытии к берегу из лодки все высаживались. В конце каждый посчитал, сколько рейсов ему пришлось сделать. Могло ли оказаться, что у каждой пары пловших вместе в лодке эти итоговые числа одинаковы?
4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка K ; проведена медиана KM треугольника ABK . Найдите отношение $AK : KM$, если известно, что углы AKB и CKM равны.
5. Имеется безмассовый рычаг с отношением плеч $3 : 1$. К середине большего плеча привязывают груз некой массы, а меньшему плечу прикладывают силу и опускают его вниз на 1 м. При этом совершается работа в 10 Дж. Определите массу груза.
6. Между пунктами A и B ходят два человека. Скорость одного из них 10 км/ч, и он стартует из пункта A , второго — 20 км/ч, и он стартует из пункта B . Определите расстояние между пунктами, если расстояние между местом их первой встречи и местом их второй встречи равно 20 км.
7. На пружину жесткостью k подвесили груз массой m . Каково удлинение пружины? Каким оно будет, если вместо одной пружины взять две такие же, соединенные последовательно? Параллельно? Если взять три одинаковые пружины, две из них соединить параллельно, а третью присоединить к ним последовательно?
8. На рычаге с отношением плеч $2 : 1$ находятся две льдинки — к длинному плечу подвешена льдинка массой 200 г, к короткому — льдинка массой 100 г. Льдинки нагревают, причем к более тяжелой льдинке подводится мощность 5 Вт, а к легкой — 1 Вт. При какой массе меньшей льдинки положение рычага изменится?

Работа рассчитана на 240 минут

1. В каждую клетку таблицы 4×4 записано положительное число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, на 3 больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, в 3 раза больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел во втором столбце, если известно, что она равна сумме чисел в какой-то строке.
2. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка K ; проведена медиана KM треугольника ABK . Найдите отношение $AK : KM$, если известно, что углы AKB и CKM равны.
3. Найдите все решения в целых числах системы

$$\begin{cases} xy + vw = 5, \\ xv - yw = 6. \end{cases}$$

4. 300 спартанцев переправились с одного берега пролива на противоположный, каждый раз плывая с исходного берега вдвоем, а обратно — в одиночку. Изначально каждый знал по одному анекдоту, все анекдоты — разные. На берегах они анекдотов благоразумно не рассказывали, но в лодке каждый рассказывал попутчику все известные ему на данный момент анекдоты. Могло ли случиться, что в конце каждый знал не менее чем по 9 анекдотов (включая свой)?
5. Мячик бросили под углом 45° к горизонту со скоростью 10 м/с. Найдите радиус кривизны траектории мячика в верхней её точке.
6. Тело движется в вязкой жидкости, сила трения в которой пропорциональна скорости $F = -kv$. Определите, какое расстояние пройдет тело до остановки, если начальная скорость тела равна v_0 .
7. В сосуде, содержащем 2 л воды при 0°C , находится 500 г льда при нулевой температуре. В сосуд наливают еще 500 г воды при 100°C . Определите, сколько льда растает и какова установившаяся температура. Теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда — 335000 Дж/кг.
8. Резистор и вольтметр соединили параллельно и подключили к идеальному источнику напряжения. При этом вольтметр показал напряжение 10 В. Затем резистор и вольтметр соединили последовательно и подключили к тому же источнику. В этот раз показания вольтметра составили 6 В. Найдите отношение сопротивлений резистора и вольтметра.

Работа рассчитана на 240 минут

1. Проведите из одной точки 4 различных луча так, чтобы никакие два не лежали на одной прямой, и каждый образовывал равные углы с какими-то двумя из трёх остальных.
2. Найдите все решения в целых числах системы

$$\begin{cases} xy + vw = 5, \\ xv - yw = 6. \end{cases}$$

3. Группа из 20 миссионеров и 19 каннибалов переправилась с левого берега реки на правый с помощью двухместной лодки. Каждый раз направо плыли двое, а налево — один, и по прибытии к берегу из лодки все высаживались. Ни на каком берегу миссионеры не оказывались в компании большего числа каннибалов. В конце каждый из путешественников посчитал, сколько рейсов ему пришлось сделать. Могло ли случиться, что у каждой пары пловших вместе в лодке эти числа одинаковы?
4. Выполнили плоское сечение куба неизвестного размера. В сечении получилась пятиугольная грань. Докажите, что у этой грани есть сторона длиннее 6 дм или сторона короче 4 дм.
5. Имеется пять резисторов с сопротивлениями 1 Ом, 2 Ом, 3 Ом, 4 Ом и 5 Ом и идеальный источник напряжения с ЭДС 10 В. Используя эти резисторы (или только некоторые из них) нужно собрать схему, при подключении которой к источнику выделялась бы наибольшая мощность. Предложите такую схему. Докажите, что это действительно схема, на которой выделяется наибольшая мощность. Чему равна эта мощность?
6. Из двух точек, расстояние между которыми равно 10 м, бросили два тела. Скорость первого тела равна 10 м/с, и оно было брошено под углом 60° к горизонту. Скорость второго тела — 20 м/с, и оно брошено под углом 45° к горизонту. Через какое время они столкнутся, если траектории движения тел лежат в одной плоскости и горизонтальные составляющие скоростей направлены навстречу друг другу? Как изменится ответ, если горизонтальную составляющую скорости первого тела направить в противоположную сторону?
7. Тело брошено со скоростью 10 м/с под углом 60° к горизонту. На какой высоте кинетическая энергия тела будет равна потенциальной? Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Начальную высоту (и потенциальную энергию на этой высоте) примите равной нулю.
8. В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ. Масса поршня равна M , температура газа в сосуде равна T , система находится в равновесии. Сосуд теплоизолируют, а на поршень ставят груз массой m . Найдите температуру газа, которая установится в равновесии. Атмосферным давлением пренебрегите.

Работа рассчитана на 240 минут

1. Какую наибольшую разность между корнями квадратного уравнения

$$x^2 - 2x \sin^2 A - \cos^4 A = 0$$

можно получить, меняя параметр A ?

2. Найдите все решения в целых числах системы

$$\begin{cases} xy + vw = 5, \\ xv - yw = 6. \end{cases}$$

3. Выполнили плоское сечение куба неизвестного размера. В сечении получилась пятиугольная грань. Докажите, что у этой грани есть сторона длиннее 6 дм или сторона короче 4 дм.

4. Группа из N каннибалов и $N + 1$ миссионера переправилась с левого берега реки на правый с помощью двухместной лодки. Каждый раз направо плыли двое, а налево — один, и по прибытии к берегу из лодки все высаживались. Ни на каком берегу миссионеры не оказывались в компании большего числа каннибалов. В конце каждый из путешественников посчитал, сколько рейсов ему пришлось сделать. При каких N могло случиться, что у каждой пары пловцов вместе в лодке эти числа оказались одинаковыми?

5. В сосуде с площадью дна S и вертикальными стенками находится жидкость. На дне сосуда проделали отверстие площадью S_0 . Определите, какой объем жидкости в единицу времени выходит из сосуда в тот момент, когда высота уровня жидкости в нём равна H . Жидкость считайте идеальной.

6. Под тяжелым поршнем массой M в сосуде находится идеальный одноатомный газ. В состоянии равновесия температура газа равна T_0 и поршень находится на расстоянии h_0 от дна сосуда. Определите, как изменится положение поршня, если на поршень поставить груз массой m . Атмосферным давлением пренебрегите, сосуд считайте термоизолированным.

7. В жидкости плотностью ρ плавает лодка, которая имеет форму параллелепипеда высотой H и площадью дна S . Средняя плотность лодки равна $\rho/2$. С лодки скидывают груз таким образом, что её средняя плотность становится $\rho/3$ и в начальный момент её скорость равна нулю. Определите амплитуду и частоту колебаний лодки.

8. На оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием f на расстоянии $\frac{3f}{2}$ от её центра находится точечный предмет. Линза начинает двигаться со скоростью V (компонента скорости вдоль оси равна $V_{\parallel}$, а перпендикулярно ей — $V_{\perp}$; компонента вдоль оси направлена в сторону от предмета). Определите скорость движения изображения в момент начала движения линзы.